

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024
Β' ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ2Θ(ε)

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: Μ. Τρίτη 30 Απριλίου 2024
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου $C: x^2 + y^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του $A(x_1, y_1)$, έχει εξίσωση $xx_1 + yy_1 = \rho^2$.

Μονάδες 7

Α2. Έστω μια ευθεία δ και ένα σημείο E εκτός της δ . Τι ονομάζεται παραβολή με εστία E και διευθετούσα την ευθεία δ ;

Μονάδες 4

Α3. Δίνεται ο παρακάτω ισχυρισμός: « Η εξίσωση $y^2 - 4y - 8x - 4 = 0$ παριστάνει στο επίπεδο παραβολή με κορυφή το σημείο $O'(-1, 2)$ και άξονα την ευθεία $y = 2$ »

α) Να τον χαρακτηρίσετε ως Σωστό ή Λάθος.

Μονάδα 1

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3

A4. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα καθεμιάς από τις παρακάτω προτάσεις και δίπλα το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι σωστή, το γράμμα Λ αν η πρόταση είναι λάθος.

α) Η εκκεντρότητα της έλλειψης $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ ισούται με $\varepsilon = \frac{3}{5}$

β) Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο αν και μόνο αν $A^2 + B^2 + 4\Gamma > 0$.

γ) Η ισοσκελής υπερβολή $x^2 - y^2 = a^2$ έχει ασύμπτωτες τις ευθείες με εξισώσεις $y = \pm x$.

δ) Αν $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$.

ε) Η παραβολή με εξίσωση $y = -\frac{1}{4}x^2$ έχει εστία το σημείο $E(0,1)$.

Μονάδες 5x2

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία $A(2,3)$, $B(5,3)$ και $\Gamma(2,6)$.

B1. Να αποδείξετε ότι $\vec{AB} \perp \vec{A\Gamma}$.

Μονάδες 6

B2. Να αποδείξετε ότι $\widehat{AB\Gamma} = \widehat{A\Gamma B} = \frac{\pi}{4}$.

Μονάδες 6

B3. Να αποδείξετε ότι η μεσοκάθετος της πλευράς ΒΓ έχει εξίσωση $\psi = \chi + 1$.

Μονάδες 6

B4. Να αποδείξετε ότι ο κύκλος με διάμετρο τη ΒΓ διέρχεται από το σημείο Α.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι εξισώσεις $C_1: x^2 + y^2 - 8x + 8 = 0$ και $C_2: x^2 - y^2 = 4$.

Γ1.

(i) Να δείξετε ότι η εξίσωση C_1 παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

Μονάδες 4

(ii) Να δείξετε ότι η εξίσωση C_2 παριστάνει ισοσκελή υπερβολή της οποίας να βρείτε τις εστίες, τις ασύμπτωτες και την εκκεντρότητα.

Μονάδες 4

Γ2. Να αποδείξετε ότι οι ασύμπτωτες της υπερβολής $\varepsilon_1: y = x$ και $\varepsilon_2: y = -x$ εφάπτονται του κύκλου C_1 .

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου $AA'B$ όπου A, A' οι κορυφές της υπερβολής C_2 και B το σημείο τομής της ασύμπτωτης που έχει θετική κλίση, με τον κύκλο C_1 .

Μονάδες 6

Γ4. Να βρεθεί η εξίσωση της έλλειψης που έχει τις ίδιες εστίες με την υπερβολή C_2 και εκκεντρότητα αντίστροφη της εκκεντρότητας της υπερβολής.

Μονάδες 5**ΘΕΜΑ Δ**

Δ1. Να βρεθεί η εξίσωση της παραβολής C_1 με κορυφή την αρχή των αξόνων και εστία το σημείο $E(2,0)$.

Μονάδες 5

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024**
Β' ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ2Θ(ε)

- Δ2. Να βρεθούν οι εξισώσεις των κοινών εφαπτομένων $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ της παραβολής $C_1: y^2 = 8x$ και του κύκλου C_2 που έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα $\rho = \sqrt{2}$.

Μονάδες 10

- Δ3. Να δείξετε ότι οι εφαπτόμενες του κύκλου $C_2: x^2 + y^2 = 2$ που διέρχονται από την εστία της παραβολής C_1 , σχηματίζουν τετράγωνο με τις ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.

Μονάδες 10

ΚΥΚΛΟΣ ΓΙΑ ΗΡΑΚΛΕΙΟΥ