

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024  
Α΄ ΦΑΣΗ

E\_3.Μλ2Θ(ε)

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: Παρασκευή 5 Ιανουαρίου 2024  
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

A1. Αν  $\vec{a} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$  να αποδείξετε ότι  
 $(\lambda \vec{a}) \cdot \vec{\beta} = \vec{a} \cdot (\lambda \vec{\beta}) = \lambda(\vec{a} \cdot \vec{\beta})$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

Μονάδες 8

A2. Αν  $\vec{a} = (x, y)$ , με τι ισούται το μέτρο του διανύσματος  $\vec{a}$  ;

Μονάδες 3

A3. Για τα διανύσματα  $\vec{a}, \vec{\beta}$  δίνεται ο ισχυρισμός :

« αν  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0$  τότε  $\vec{a} = \vec{0}$  ή  $\vec{\beta} = \vec{0}$  ».

α) Να τον χαρακτηρίσετε ως Σωστό ή Λάθος.

Μονάδες 1

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3

A4. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω προτάσεις και δίπλα το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι σωστή, το γράμμα Λ αν η πρόταση είναι λάθος.

α) Για τα μοναδιαία διανύσματα  $\vec{i}$  και  $\vec{j}$  του καρτεσιανού επιπέδου ισχύει ότι  $\vec{i} \cdot \vec{j} = -1$

β) Αν  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$  είναι δύο διανύσματα του επιπέδου ισχύει  $|\vec{a} \cdot \vec{\beta}| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|$ .

- γ) Ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας είναι θετικός, αν η γωνία  $\omega$  που σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  είναι οξεία.
- δ) Αν για τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  ισχύει  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$  τότε οι ευθείες  $y=1$  και  $y = (\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})x$  είναι παράλληλες.
- ε) Αν Ο ένα σημείο αναφοράς, τότε για οποιοδήποτε διάνυσμα  $\vec{AB}$  ισχύει  $\vec{AB} = \vec{OA} - \vec{OB}$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  με  $|\vec{\alpha}| = 3\sqrt{2}$ ,  $|\vec{\beta}| = 2$ ,  $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = \frac{\pi}{4}$  και  $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$ .

**B1.** Να δείξετε ότι  $\vec{\alpha}\vec{\beta} = 6$  και  $\vec{\alpha}\vec{\gamma} = 18$ .

**Μονάδες 6**

**B2.** Να υπολογίσετε το  $|\vec{\gamma}|$  καθώς και τη γωνία  $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\gamma}})$ .

**Μονάδες 6**

Δίνεται επιπλέον ότι  $\vec{\alpha} = (3, 3)$  και  $\vec{\beta} = (2, 0)$ .

**B3.** Να γράψετε το διάνυσμα  $\vec{\delta} = (8, 18)$  ως γραμμικό συνδυασμό των  $\vec{\beta}$  και  $\vec{\gamma}$ .

**Μονάδες 6**

**B4.** Να βρείτε διάνυσμα  $\vec{w}$  με  $\vec{w} // \vec{\alpha}$  και  $\vec{w} \cdot \vec{\alpha} = 36$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η ευθεία  $\varepsilon: y = (3\lambda - 1)x - (5\lambda + 1)$  η οποία διέρχεται από το σημείο  $A(1, 3\lambda - 7)$ .

**Γ1.** Να δείξετε ότι:  $\lambda = 1$

**Μονάδες 4**

**Γ2.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας  $\delta$  η οποία είναι κάθετη στην  $\varepsilon$  και τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $B$  με τεταγμένη  $y = 4$ .

**Μονάδες 5**

Γ3. Αν η εξίσωση της ευθείας  $\delta$  είναι  $\delta: y = -\frac{1}{2}x + 4$ , να βρεθεί το σημείο τομής  $\Gamma$  των ευθειών  $\varepsilon$  και  $\delta$  καθώς και η εξίσωση της διαμέσου  $AM$  όπου  $M$  το μέσο της  $B\Gamma$ , του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

Μονάδες 8

Γ4. Αν  $\Gamma(4,2)$ ,

i) Να δείξετε ότι  $\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GA} = 0$

Μονάδες 3

ii) Αν  $N$  το μέσο του  $AB$ , να δείξετε ότι το τετράπλευρο  $AGMN$  είναι ορθογώνιο τραπέζιο.

Μονάδες 5

**ΘΕΜΑ Δ**

Έστω τρίγωνο  $AB\Gamma$  με κορυφή  $A(1,2)$  και τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  με  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$  και  $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 1$ . Επίσης οι εξισώσεις των διαμέσων του  $BN$  και  $\Gamma M$  είναι  $x - 2\vec{\alpha} \cdot y + (2\vec{\beta} + \vec{\alpha}) \cdot \vec{\beta} = 0$  και  $y + \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$  αντιστοίχως.

Δ1. Να βρείτε τις εξισώσεις των διαμέσων  $BN$  και  $\Gamma M$ .

Μονάδες 4

Δ2. Αν οι εξισώσεις των διαμέσων  $BN$  και  $\Gamma M$  είναι  $x - 2y + 1 = 0$  και  $y = 1$  αντιστοίχως, να δείξετε ότι :

i. Το μέσο της πλευράς  $AB$  είναι το σημείο  $M(0,1)$ .

Μονάδες 5

ii. Το μέσο της πλευράς  $A\Gamma$  είναι το σημείο  $N\left(2, \frac{3}{2}\right)$ .

Μονάδες 5

Δ3. Να βρεθούν οι εξισώσεις των πλευρών  $AB$  και  $B\Gamma$ .

Μονάδες 6

Δ4. Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες προς την ευθεία  $BN$  και τέμνουν τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  στα σημεία  $K, \Lambda$  αντιστοίχως ώστε  $|\overline{K\Lambda}| = 2\sqrt{5}$ .

Μονάδες 5