

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024  
Α΄ ΦΑΣΗ

Ε\_3.Μλ1Α(ε)

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 13 Ιανουαρίου 2024

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α**Α1. Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ισχύει  $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ .

Μονάδες 10

Α2. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο στοιχείο της στήλης Β, ώστε να προκύπτουν αληθείς προτάσεις, μεταφέροντας στο τετράδιό σας τον πίνακα Ι σωστά συμπληρωμένο.

Στήλη Α (Ανισότητα)	
1	$-2 \leq x < 3$
2	$-2 < x \leq 3$
3	$x \leq 3$
4	$x \geq -2$
5	$x < 3$

Στήλη Β (Συμβολισμός)	
Α	$x \in (-\infty, 3]$
Β	$x \in (-2, 3]$
Γ	$x \in [-2, 3)$
Δ	$x \in (-\infty, 3)$
Ε	$x \in [-2, +\infty)$

Πίνακας Ι				
1	2	3	4	5

Μονάδες 5

- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ισχύει  $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$  ή  $\beta \neq 0$ .
- β.** Ισχύει  $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$ .
- γ.** Για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$  ισχύει  $|\alpha| \leq -\alpha$ .
- δ.** Η εξίσωση  $\alpha x + \beta = 0$  είναι αδύνατη για  $\alpha = 0$  και  $\beta \neq 0$ .
- ε.** Η εξίσωση  $|x| = \alpha$  έχει λύσεις τις  $x = \alpha$  ή  $x = -\alpha$ .

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ Β**

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

**B1.**  $2|x-3|-4=0$

Μονάδες 5

**B2.**  $x^5 - 8x^2 = 0$ .

Μονάδες 5

**B3.**  $\frac{x+2}{x} + \frac{4}{x-2} = -\frac{8}{x^2-2x}$ .

Μονάδες 8

**B4.**  $(x-2)(x^2-2x) - (9-2x)(x-2) = 0$ .

Μονάδες 7

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται οι παραστάσεις:

- $K = \frac{\sqrt{x^2 - 10x + 25}}{x - 5} - \frac{\sqrt{x^2 + 6x + 9}}{x + 3}$
- $\beta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 2}$

Γ1. Να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει ο αριθμός  $x$  ώστε η παράσταση  $K$  να έχει νόημα πραγματικού αριθμού.

Μονάδες 5

Γ2. i) Αν  $-3 < x < 5$  να βρεθεί η τιμή της παράστασης  $K$ .

Μονάδες 4

ii) Να βρεθεί η τιμή της παράστασης  $\beta$ .

Μονάδες 4

Για  $K = -2$  και  $\beta = -6$ .

Γ3. Να δείξετε ότι:  $\frac{2 \cdot \beta \cdot x}{x^2 + \beta^2} \leq 1$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

Μονάδες 5

Γ4. Να δείξετε ότι:  $\sqrt[4]{\frac{(\beta^{-2} \cdot K^{-2})^3 \cdot K^4}{(\beta \cdot K^3)^{-2} : (\beta \cdot K)^4}} = 4$ .

Μονάδες 7

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η εξίσωση:  $(\lambda - 1)^2 \cdot x - 2x + \lambda = 2\lambda \cdot (1 - x) + 1$  (1) με  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

Δ1. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) παίρνει την μορφή  $(\lambda^2 - 1)x = \lambda + 1$ .

Μονάδες 5

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024**  
Α΄ ΦΑΣΗ**E\_3.Μλ1Α(ε)**

Δ2. Να λύσετε την εξίσωση (1) για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$ .

**Μονάδες 8**

Για  $x_0 = \frac{1}{\lambda-1}$  η μοναδική λύση της εξίσωσης (1) και για  $\lambda \in (2,5)$ :

Δ3. Να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή της περιμέτρου ενός τετραγώνου πλευράς  $x_0$ .

**Μονάδες 6**

Δ4. Να βρεθεί η τιμή του  $\lambda$  ώστε να επαληθεύεται η εξίσωση  $\left|x_0 - \frac{1}{2}\right| + \left|x_0^2 - \frac{1}{4}\right| = 0$ .

**Μονάδες 6**