ΤΑΞΗ: **Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

Ημερομηνία: Σάββατο 14 Μαΐου 2022
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

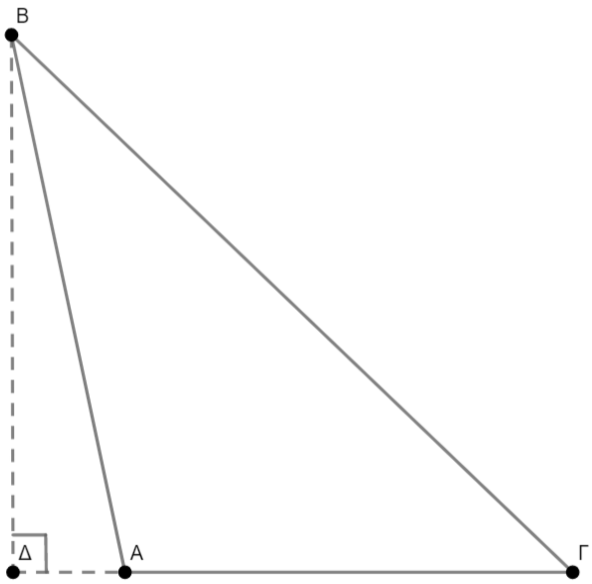
ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 73 θεώρημα IV

Α2.

α) Λάθος
β) Σωστό
γ) Σωστό
δ) Λάθος
ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β



Β1. Έχουμε ότι $\alpha^2=49$ και $\beta^2+\gamma^2=16+25$

Άρα $\alpha^2>\beta^2+\gamma^2$ οπότε $\hat{A}>90°$

Β2. Από το γενικευμένο πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε ότι

$B\Gamma^2=AB^2+A\Gamma^2+2\cdot A\Gamma\cdot A\Delta$

$49=25+16+2\cdot 4\cdot A\Delta$

$A\Delta=1$

Β3. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΔ έχουμε

$AB^2=B\Delta^2+A\Delta^2$

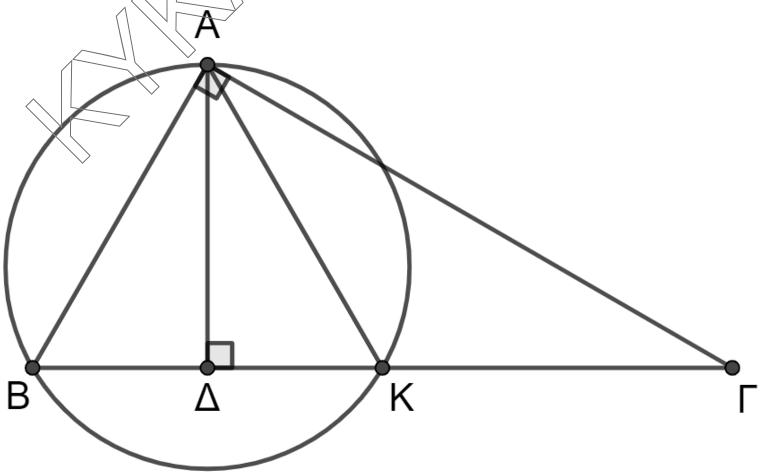
$25=B\Delta^2+1$

$B\Delta=\sqrt{24}$

$B\Delta=2\sqrt{6}$

Το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ είναι $E=\frac{1}{2}\,B\Delta\cdot A\Gamma=\frac{1}{2}\,2\sqrt{6}\cdot 4=4\sqrt{6}$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε ότι ισχύει

$AB^2 = B\Delta \cdot B\Gamma$

$AB^2 = 3 \cdot 12$

$AB = 6$

Το μήκος της πλευράς ΒΚ

$BK = \frac{B\Gamma}{2} = 6$

και η πλευρά ΑΚ ως διάμεσος του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ θα είναι

$AK = \frac{B\Gamma}{2} = 6$

Άρα ΑΒ=ΒΚ=ΑΚ δηλαδή το τρίγωνο ΑΒΚ ισόπλευρο με εμβαδό $E = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$

Γ2. (1ος τρόπος)

Το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΚ είναι

$E = \frac{(AB)^3}{4R}$

$9\sqrt{3} = \frac{6^3}{4 \cdot R}$

Δηλαδή $R = \frac{6^3}{4 \cdot 9\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

(2ος τρόπος)

Στο τρίγωνο ΑΒΓ το ύψος ΑΔ είναι

$A\Delta^2 = B\Delta \cdot \Delta\Gamma$

$A\Delta = \sqrt{27}$

$A\Delta = 3\sqrt{3}$

Στο ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΚ το ορθόκεντρο , περίκεντρο και το βαρύκεντρο ταυτίζονται οπότε $R = \frac{2}{3} A\Delta = 2\sqrt{3}$

Γ3. (1ος τρόπος)

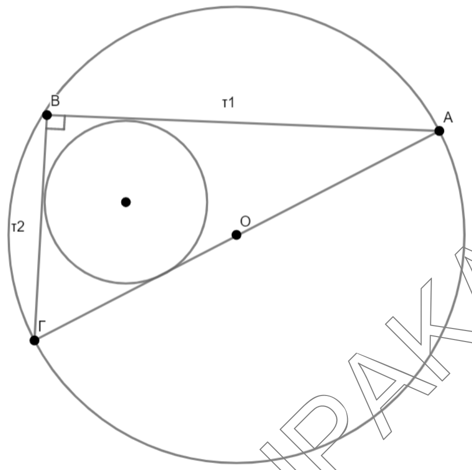
Στο τρίγωνο ΑΒΓ η ΑΚ είναι διάμεσος άρα τα εμβαδά των ΑΒΚ και ΑΓΚ είναι ίσα.
Στο τρίγωνο ΑΒΚ η ΑΔ είναι διάμεσος άρα τα εμβαδά των ΑΒΔ και ΑΔΚ είναι ίσα.

Άρα $\frac{(A\Delta B)}{(AK\Gamma)} = \frac{1}{2}$

(2ος τρόπος)

$\frac{(AB\Delta)}{(AK\Gamma)} = \frac{\frac{1}{2}(B\Delta)\cdot(A\Delta)}{\frac{1}{2}(K\Gamma)\cdot(A\Delta)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Επειδή ΑΒ=R= λ_6 οπότε το τόξο ΑΒ = 60°

και ΒΓ= R$\sqrt{3}$ = λ_3 οπότε το τόξο ΒΓ = 120°

Άρα το τόξο ΑΓ = 180°

Η εγγεγραμμένη γωνία $\hat{B}$ στο τόξο ΑΓ είναι ορθή.

Η ΑΓ είναι διάμετρος και ΑΓ=2R

Η περίμετρος του ΑΒΓ είναι

ΑΒ+ΒΓ+ΑΓ=R+R$\sqrt{3} + 2R = (3+\sqrt{3})R$

Δ2. Τα εμβαδά των κυκλικών τμημάτων $\tau_1+\tau_2$ προκύπτουν από την διαφορά των εμβαδών του κυκλικού τομέα με κέντρο Ο και τόξο ΑΓ και του τριγώνου ΑΒΓ

$$\tau_1+\tau_2 = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot 180}{360} - \frac{1}{2} AB \cdot B\Gamma = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{1}{2} R \cdot R\sqrt{3} = \frac{R^2}{2}(\pi - \sqrt{3})$$

Δ3. i) Ισχύει ότι

$2(\pi-\sqrt{3}) = \frac{R^2}{2}\,(\pi-\sqrt{3})$

$R^2 = 4$ δηλαδή $R=2$

Ο κύκλος (Ο,R) έχει εμβαδό $E=\pi R^2 = 4\pi$

ii) Έχουμε ότι $\tau = (3+\sqrt{3})$

Το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ δίνεται από τον τύπο $E=\tau\cdot\rho$

$2\sqrt{3} = \left(3+\sqrt{3}\right)\rho$

$\rho = \frac{2\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$

$\rho = \sqrt{3}-1$