**ΤΑΞΗ:** **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ:** **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**

**ΜΑΘΗΜΑ:** **ΦΥΣΙΚΗ**

**Ημερομηνία: Τετάρτη 3 Ιανουαρίου 2024**
**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

---

# ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ



## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** γ

**Α2.** β

**Α3.** γ

**Α4.** δ

**Α5.** α. Σ
β. Λ
γ. Λ
δ. Σ
ε. Λ

## ΘΕΜΑ Β

**Β1.** **Σωστό το (α)**

Από το διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι: $\frac{3}{2}T_1 = T_2 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{2}$.

Οπότε $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\frac{2\pi}{T_1}}{\frac{2\pi}{T_2}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{2}$.

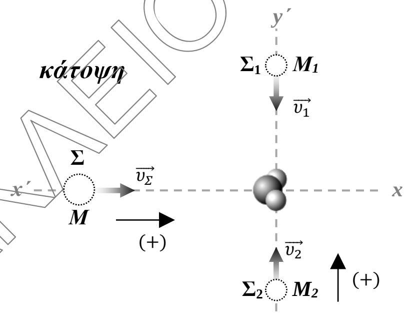
Επίσης από το διάγραμμα:

$$\upsilon_1^{max} = 2\,\upsilon_2^{max} \Rightarrow \omega_1\,A_1 = 2\,\omega_2\,A_2 \Rightarrow \frac{3}{2}\,\omega_2\,A_1 = 2\,\omega_2\,A_2.$$

Άρα $\frac{A_1}{A_2} = \frac{4}{3}$.

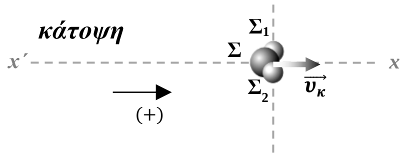
Επομένως $\frac{\Sigma F_1^{max}}{\Sigma F_2^{max}} = \frac{D_1\ A_1}{D_2\ A_2} = \frac{m_1 \omega_1^2 A_1}{m_2 \omega_2^2 A_2} = \frac{3}{2}$.

**Β2. Σωστό το (α)**




Η συνολική ορμή του μονωμένου συστήματος των Σ, $\Sigma_1$ και $\Sigma_2$ παραμένει σταθερή. Εφόσον το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση κινείται στον άξονα x'x η συνολική ορμή του συστήματος των παραπάνω σωμάτων στον άξονα y'y πριν και μετά την κρούση είναι ίση με μηδέν.

Από την διατήρηση της ορμής στον άξονα y'y , θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω, έχουμε:




$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu y} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}y} \Rightarrow M_2\,\upsilon_2 - M_1\,\upsilon_1 = 0 \Rightarrow$

$M_2\,\upsilon = m\,2\upsilon \Rightarrow M_2 = 2\,m$.

Από την διατήρηση της ορμής στον άξονα x'x θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά έχουμε:

$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu x} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}x} \Rightarrow M\,\upsilon_\Sigma = (M + M_1 + M_2)\,\upsilon_K \Rightarrow 3m\cdot 2\upsilon = (3m + m + 2m)\,\upsilon_K \Rightarrow \upsilon_K = \upsilon$,

όπου $\upsilon_\kappa$ η κοινή ταχύτητα που αποκτούν τα τρία σώματα αμέσως μετά την κρούση.

Η κινητική ενέργεια των τριών σωμάτων λίγο πριν την κρούση είναι ίση με:

$K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2} M\,\upsilon_\Sigma^2 + \frac{1}{2} M_1\,\upsilon_1^2 + \frac{1}{2} M_2\,\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}\,3m\,4\upsilon^2 + \frac{1}{2}\,m\,4\upsilon^2 + \frac{1}{2}\,2m\,\upsilon^2 = 9\,m\upsilon^2$.

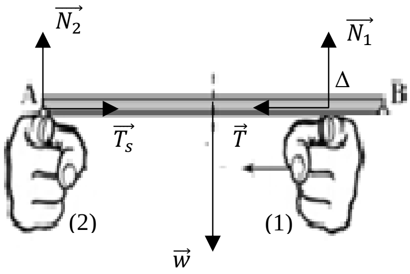
Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι ίση με: $K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}(M + M_1 + M_2)\,\upsilon_\kappa^2 = \frac{1}{2}\,6m\upsilon^2 = 3m\upsilon^2$.

Επομένως η θερμότητα λόγω κρούσης είναι ίση με : $Q = |\Delta K| = 6\,m\,\upsilon^2$.

Το ποσοστό Π της κινητικής ενέργειας των τριών σωμάτων πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα λόγω κρούσης είναι ίσο με:

$\Pi = \frac{Q}{K_{\pi\rho\iota\nu}} 100 = \frac{6m\upsilon^2}{9m\upsilon^2} 100 \Rightarrow \boldsymbol{\Pi = \frac{2}{3}\,100\ \%}$.

**Β3.** **Σωστό το (γ) .**




Στην ράβδο ασκούνται, το βάρος $\vec{w}$, οι δυνάμεις στήριξης $\overrightarrow{N_1}$ και $\overrightarrow{N_2}$ από τα 2 δάκτυλα, η στατική τριβή $\vec{T}s$ από το δάκτυλο (2) και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το δάκτυλο (1), όπου $T = \mu\, N_1$.

Καθώς η ράβδος ισορροπεί:

Στον οριζόντιο άξονα x'x: $\Sigma F_x = 0 \;\Rightarrow\; T_s = T$ (1) .

Στον κατακόρυφο άξονα y'y: $\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; N_1 + N_2 = w$ (2) .

$\Sigma\tau = 0$ (Οι ροπές υπολογίζονται ως προς το Α).

$-\tau_w + \tau_{N1} = 0 \;\Rightarrow\; w\,\frac{L}{2} = N_1\left(L - \frac{L}{8}\right) \Rightarrow\; N_1 = \frac{8w}{14}$ .

Από την (2): $N_2 = w - N_1 = w - \frac{8w}{14} \;\Rightarrow N_2 = \frac{6w}{14}$ .

Την στιγμή που η ράβδος είναι έτοιμη να κινηθεί, η στατική τριβή έχει τη μέγιστη τιμή της, $T_{smax} = \mu_s N_2$.

Από την (1): $\mu_s N_2 = \mu\, N_1 \;\Rightarrow\; \frac{\mu_s}{\mu} = \frac{N_1}{N_2} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{\frac{\mu_s}{\mu} = \frac{4}{3}}$.

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Η ελάχιστη οριζόντια απόσταση όρους και κοιλάδας είναι ίση με $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$ .

Άρα: $\frac{\lambda}{2} = 0{,}1\ \text{m} \Rightarrow \lambda = 0{,}2\ \text{m}$.

Ο χρόνος ανάμεσα σε 2 διαδοχικά περάσματα μιας στοιχειώδους μάζας από την θέση ισορροπίας της είναι ίσος με $\Delta t = \frac{T}{2}$ , όπου Τ η περίοδος ταλάντωσης.

Άρα: $\frac{T}{2} = 0{,}1\ \text{s} \Rightarrow T = 0{,}2\ \text{s}$.

Επομένως η συχνότητα είναι ίση με $f = \frac{1}{T} = 5$ Hz και η ταχύτητα διάδοσης του κύματος ίση με $\upsilon = \lambda\, f = 1\ \frac{m}{s}$.

Ο χρόνος $t_Γ$ που απαιτείται για να φτάσει το κύμα στο σημείο Γ προκύπτει με τη βοήθεια της ταχύτητας διάδοσης του κύματος.

$υ = \frac{x_Γ}{t_Γ} \Rightarrow t_Γ = \frac{x_Γ}{υ} \Rightarrow t_Γ = 0,8$ s.

Ο χρόνος που απαιτείται για τη μετακίνηση της μάζας (Γ) από τη θέση ισορροπίας της στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης είναι $Δt = \frac{T}{4} = 0,05$ s.

Άρα η χρονική στιγμή t όπου η στοιχειώδης μάζα (Γ) φτάνει για πρώτη φορά στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης είναι: $t = t_Γ + Δt$ ή **t = 0,85 s**.

**Γ2.** Εφόσον το κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση η εξίσωσή του δίνεται παρακάτω:

$y = Aημ2π(\frac{t}{T} - \frac{x}{λ}) \Rightarrow y = 0,1 \cdot ημ2π(\frac{t}{0,2} - \frac{x}{0,2})$, (S.I.) $\Rightarrow$

$y = 0,1 \cdot ημ2π(5t - 5x)$, (S.I.), $(x \geq 0)$.

Η χρονική στιγμή t για την οποία θα υπολογίσουμε την απομάκρυνση y της μάζας (Δ) υπολογίζεται παρακάτω:

$t = t_Δ + Δt'$ όπου $t_Δ$ ο χρόνος που απαιτείται για να φτάσει το κύμα στο σημείο Δ.

$υ = \frac{x_Δ}{t_Δ} \Rightarrow t_Δ = \frac{x_Δ}{υ} = 1$ s . Επομένως t = 1,25 s.

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση του αρμονικού κύματος:

$y_Δ = 0,1 \cdot ημ2π(5 \cdot 1,25 - 5 \cdot 1)$ m $= 0,1 \cdot ημ2,5π$ m ή $\mathbf{y_Δ = 0,1}$ **m.**

Εναλλακτικά: $y_Δ = AημωΔt' = Aημ\frac{2π}{T}Δt' = 0,1 \cdot ημ2,5π$ m ή $\mathbf{y_Δ = 0,1}$ **m.**

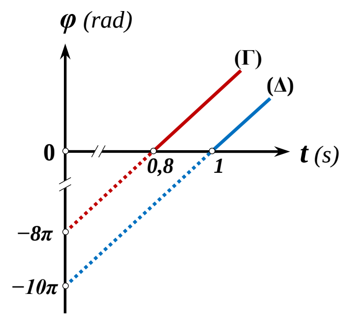
**Γ3.** Για τη στοιχειώδη μάζα (Γ) :

$φ_Γ = 2π(5t - 5x_Γ) = 2π(5t - 4) = 10πt - 8π$ (S.I), $t \geq 0,8$ s.

Για τη στοιχειώδη μάζα (Δ) :

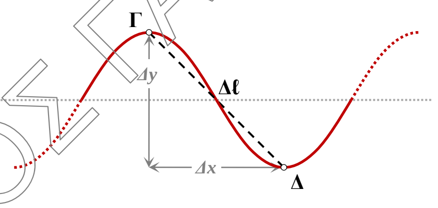
$φ_Δ = 2π(5t - 5x_Δ) = 2π(5t - 5) = 10πt - 10π$ (S.I), $t \geq 1$ s.

Οι γραφικές παραστάσεις των παραπάνω φάσεων σε κοινούς άξονες φάσης χρόνου δίνονται παρακάτω:




**Γ4.** Η ταχύτητα του κύματος παραμένει σταθερή γιατί το κύμα διαδίδεται στο ίδιο υλικό μέσο. Άρα υ = λ' f ' ⇒ λ' = $\frac{\upsilon}{f'}$ = 0,4 m.

Οι στοιχειώδεις μάζες (Γ) και (Δ) απέχουν οριζόντια μεταξύ τους Δx = $\frac{\lambda'}{2}$ = 0,2 m. Επομένως όταν η (Γ) βρίσκεται στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς της η (Δ) βρίσκεται στο χαμηλότερο όπως φαίνεται στο σχήμα.

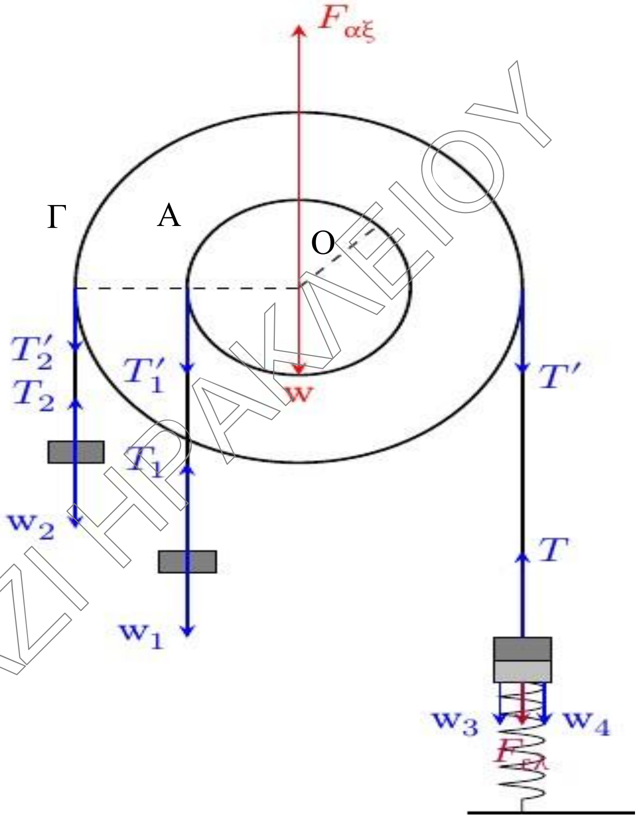



Η μεταξύ τους κατακόρυφη απόσταση είναι Δy = 2A = 0,2 m .

Επομένως η απόσταση των (Γ) και (Δ) όταν η (Γ) βρίσκεται στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς της είναι ίση με:

$\Delta\ell = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ ή $\boldsymbol{\Delta\ell = 0{,}2\sqrt{2}}$ **m.**

## <u>ΘΕΜΑ Δ</u>




**Δ1.** Από την ισορροπία του σώματος $Σ_1$ έχουμε ότι:

$ΣF_1 = 0 \Rightarrow T_1 = m_1g = 40$ N.

Από την ισορροπία του σώματος $Σ_2$ έχουμε ότι:

$ΣF_2 = 0 \Rightarrow T_2 = m_2g$.

Από την ισορροπία του συστήματος των σωμάτων $Σ_3$ και $Σ_4$ έχουμε ότι:

$ΣF_{3,4} = 0 \Rightarrow T = (m_3 + m_4)g + F_{ελ}$

$\Rightarrow T = 40$ N.

Για την στροφική ισορροπία του στερεού έχουμε ότι:

$Στ_{(ο)} = 0 \Rightarrow T_2' \cdot R_2 + T_1' \cdot R_1 = T' \cdot R_2$
$\Rightarrow T_2' = 20$ N.

$T_2' = T_2 = m_2g \Rightarrow$ **$m_2 = 2$ kg.**

Για την μεταφορική ισορροπία του στερεού (Σ) έχουμε ότι:

$ΣF = 0 \Rightarrow T_2' + T_1' + Mg + T' = F_{αξ} \Rightarrow$ **$F_{αξ} = 200$ N**, με διεύθυνση κατακόρυφη και φορά προς τα πάνω.

**Δ2.** Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης των σωμάτων $Σ_3$ και $Σ_4$ ισχύει ότι:

$ΣF= 0 \Rightarrow F'_{ελ} = (m_3 + m_4)g \Rightarrow k\,Δ\ell΄ = (m_3 + m_4)g \Rightarrow Δ\ell΄=0{,}1$ m.

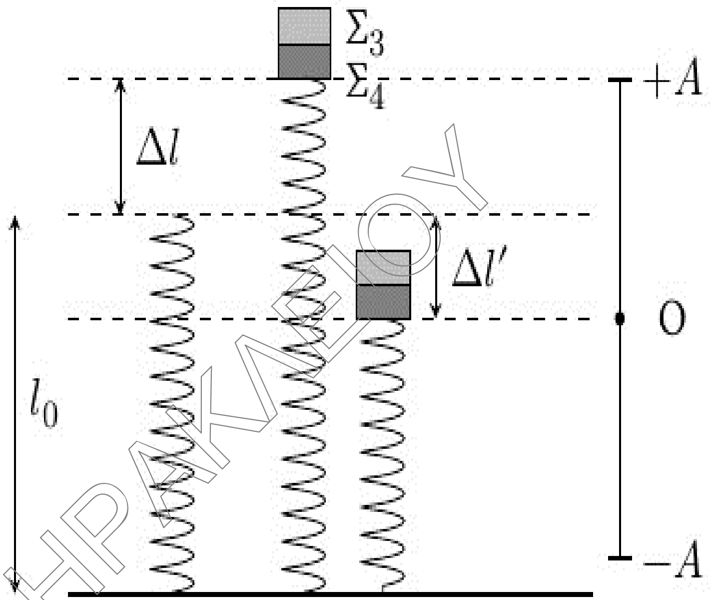
Κατά την έναρξη της κίνησής τους τα σώματα $Σ_3$ και $Σ_4$ βρίσκονται σε ακραία θέση της τροχιάς τους. Το πλάτος της ταλάντωσής τους θα είναι

$A= Δ\ell+ Δ\ell΄=$ **0,4 m.**

Για την σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του συστήματος των σωμάτων $\Sigma_3$ και $\Sigma_4$ ισχύει

$D = k = (m_3 + m_4)\ \omega^2$, οπότε

$\omega = 10$ rad/s.




Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s το σώμα βρίσκεται στην ακραία θετική του απομάκρυνση $y = +A$, άρα έχει αρχική φάση. Με αντικατάσταση στην γενική εξίσωση $y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ έχουμε:

$A = A\eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1$. Επομένως $\varphi_o = \pi/2$ rad.

Η χρονική συνάρτηση της απομάκρυνσής τους από τη θέση ισορροπίας είναι:

$y = A\ \eta\mu(\omega t+\varphi_0) \Rightarrow$ **$y = 0{,}4\ \eta\mu(10t + \pi/2)$, (S.I).**

**Δ3.** Η σταθερά επαναφοράς για την ταλάντωση που εκτελεί το σώμα $\Sigma_3$ ισούται με:

$D_3 = m_3\ \omega^2 = 50$ N/m.

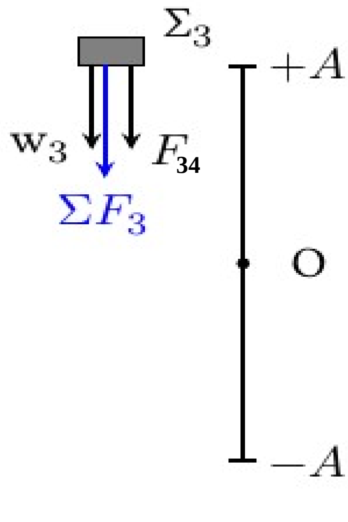
Στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του ισχύει:

$\Sigma\vec{F}_3 = \vec{w}_3 + \vec{F}_{3,4} \Rightarrow -D_3\ y = -w_3 + F_{3,4}$

$\Rightarrow F_{3,4} = -D_3\ (+A) + w_3 \Rightarrow F_{3,4} = -50 \cdot (0{,}4) + 5$

$\Rightarrow$ **$F_{3,4} = -15$ N.**

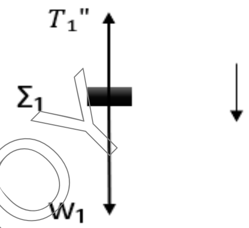
Δηλαδή η δύναμη $\vec{F}_{3,4}$ που ασκείται από το σώμα $\Sigma_4$ στο σώμα $\Sigma_3$ έχει μέτρο **1**5 N και φορά προς τα κάτω, όπως φαίνεται στο σχήμα.




**Δ4.** Το σώμα $\Sigma_1$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = \omega R_1$ και το σώμα $\Sigma_2$ με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = \omega\ R_2$ . Αφού $R_2 = 2\ R_1$, τότε ισχύει ότι $\upsilon_2 = 2\ \upsilon_1$ .

Για τα μέτρα των επιταχύνσεων $\vec{\alpha}_1$ και $\vec{\alpha}_2$ των σωμάτων $\Sigma_1$ και $\Sigma_2$ αντίστοιχα θα έχουμε ότι : $\alpha_2 = \frac{d\upsilon_2}{dt} = 2\ \frac{d\upsilon_1}{dt} = 2\alpha_1$.

Όταν τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ συναντηθούν θα έχουν διανύσει διαστήματα $\mathbf{s_1}$ και $\mathbf{s_2}$ αντίστοιχα , για τα οποία ισχύει ότι:




$\mathbf{s_2} = \mathbf{s_1} + d \Rightarrow \frac{1}{2}\,α_2\, t^2 = \frac{1}{2}\,α_1\, t^2 + d \;\Rightarrow\; \frac{1}{2}\,2α_1\, t^2 = \frac{1}{2}\,α_1\, t^2 + d$

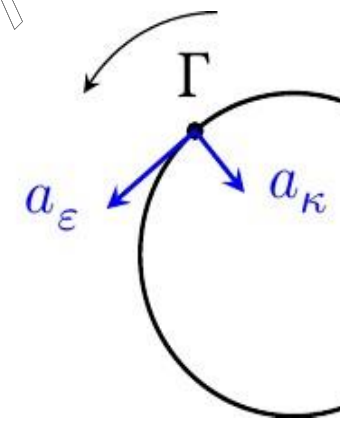
$\Rightarrow \mathbf{α_1 = 0{,}5\ m/s^2}$**.**

Κατά την κίνηση του σώματος $Σ_1$ ισχύει:

$ΣF_1 = m_1 g - T_1'' \Rightarrow \mathbf{T_1'' = 38\ N}$**.**

**Δ5.** Για κάθε κινούμενο σημείο της περιφέρειας των κυλίνδρων, η επιτάχυνση του είναι το διανυσματικό άθροισμα της επιτρόχιας επιτάχυνσης και της κεντρομόλου επιτάχυνσης, δηλαδή $\vec{α} = \vec{α}_ε + \vec{α}_κ$.

Όλα τα κινούμενα σημεία των κυλίνδρων έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια γωνιακή ταχύτητα $\vec{ω}$ και την ίδια γωνιακή επιτάχυνση $\vec{α}_γ$.




Για τα μέτρα της επιτρόχιας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης έχουμε:

$α_ε = R \cdot α_γ$ και $α_κ = ω^2 \cdot R$, αντίστοιχα.

Για το μέτρο της επιτάχυνσης ισχύει:

$α = \sqrt{α_ε^2 + α_κ^2} = \sqrt{(Rαγ)^2 + (ω^2 R)^2} =$

$R\,\sqrt{α_γ^2 + ω^4}$ , όπου R η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που πραγματοποιεί το κάθε σημείο.

Για το σημείο Α έχουμε: $α_A = R\,\sqrt{α_γ^2 + ω^4}$.

Για το σημείο Γ έχουμε: $α_Γ = 2R\,\sqrt{α_γ^2 + ω^4}$.

οπότε $\boldsymbol{\frac{α_A}{α_Γ} = \frac{1}{2}}$.