ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2022
Α΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.Φλ3Θ(α)

ΤΑΞΗ: **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΦΥΣΙΚΗ**

Ημερομηνία: Δευτέρα 3 Ιανουαρίου 2022
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1-δ, **Α2**-γ, **Α3**-δ, **Α4**-β

Α5 α-Λάθος, β-Λάθος, γ-Σωστό, δ-Λάθος, ε-Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση η (α)

Το σύστημα των δύο σφαιρών θεωρείται μονωμένο και ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

Α.Δ.Ο. στον άξονα x΄x

$$m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot \upsilon_2' + m_1 \cdot \upsilon_{1x}' \xrightarrow{m_1=m_2=m \ \& \ \upsilon_1=\upsilon_2'=\upsilon}$$

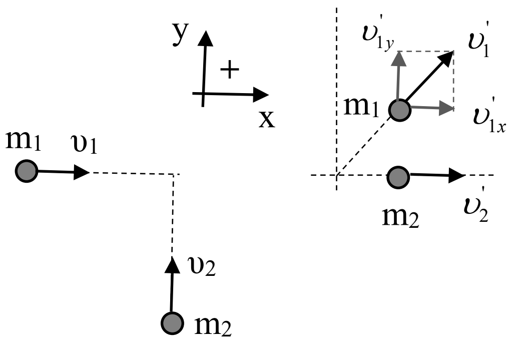
$$m \cdot \upsilon = m \cdot \upsilon + m \cdot \upsilon_{1x}' \Rightarrow m \cdot \upsilon_{1x}' = 0 \Rightarrow \upsilon_{1x}' = 0$$

Α.Δ.Ο. στον άξονα y΄y

$$m_2 \cdot \upsilon_2 = m_1 \cdot \upsilon_{1y}' \xrightarrow{m_1=m_2=m \ \& \ \upsilon_2=\upsilon}$$

$$m \cdot \upsilon = m \cdot \upsilon_{1y}' \Rightarrow \upsilon_{1y}' = \upsilon$$

Άρα $\upsilon_1' = \upsilon_{1y}' = \upsilon$



πριν **μετά**

Υπολογίζω την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών πριν και μετά την κρούση.

$$K_{ολ(πριν)} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}m\upsilon^2 = m\upsilon^2$$

$$K_{ολ(μετά)} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = 2\cdot\frac{1}{2}m\upsilon^2 = m\upsilon^2$$

Άρα $\mathbf{K_{ολ(πριν)} = K_{ολ(μετά)}}$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν και μετά την κρούση διατηρείται, άρα διατηρείται και η μηχανική ενέργεια. Έτσι συμπεραίνουμε ότι η κρούση είναι ελαστική.

Β2. Σωστή απάντηση η (β)

Πρώτα συνθέτουμε τις ταλαντώσεις με χρονικές εξισώσεις θέσεων x_1 και x_2.

Η διαφορά φάσης τους ισούται με Δφ=π rad, οπότε το πλάτος είναι:

$$A_{1,2} = A_1 - A_2 = 4-2 = 2m \text{ και } \theta=0.$$

Επομένως εξίσωση θέσης της συνισταμένης ταλάντωσης είναι:

$$x_{1,2} = 2ημ(100πt) \text{ (S.I).}$$

Η κίνηση που προκύπτει από τις δύο πρώτες ταλαντώσεις και την τρίτη, είναι μια ιδιόμορφη ταλάντωση που εμφανίζει διακροτήματα.

$\omega_{1,2}=100\pi$ rad/s, $f_{1,2} = \omega_{1,2}/2\pi = 50$ Hz

$\omega_3=102\pi$ rad/s, $f_3 = \omega_3/2\pi = 51$ Hz

Η περίοδος του διακροτήματος είναι: $T_\Delta = \frac{1}{|f_{1,2} - f_3|} = 1$ s

Για την περιοδική κίνηση ισχύει:

$$\omega = \frac{\omega_{1,2}+\omega_3}{2} \xrightarrow{\omega=2\pi f} f = \frac{f_{1,2}+f_3}{2} = 50{,}5Hz$$

Ο αριθμός των ταλαντώσεων που πραγματοποιούνται είναι:

$$f = \frac{N}{\Delta t} \Rightarrow N = f\cdot\Delta t \xrightarrow{\Delta t = 2T_\Delta = 2s} N = 101 \text{ ταλαντώσεις}$$

Οπότε από την Θ.Ι. το σώμα περνάει: 2·Ν = **202 φορές**.

Β3. Σωστή απάντηση η (γ)

Αρχικά ο διακόπτης είναι κλειστός.

Υπολογίζουμε την ολική αντίσταση του κυκλώματος:

$$R_{(εξ)} = \frac{R\cdot R}{R+R} = \frac{R}{2} \text{ και } R_{(ολ)} = R_{(εξ)} + r = R$$

Υπολογίζουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα

$$I = \frac{E}{R_{(ολ)}} = \frac{E}{R}$$

και την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές

$$V_\Sigma = V_{\text{ΠΟΛΙΚΗ}} = E - I \cdot r = E - \frac{E}{R} \cdot \frac{R}{2} = E - \frac{E}{2} = \frac{E}{2} \quad \text{άρα} \quad I_\Sigma = \frac{V_\Sigma}{R_\Sigma} = \frac{V_\Sigma}{R} = \frac{E}{2R}$$

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς είναι:

$$B_\Sigma = 4\pi \cdot K_\mu \cdot \frac{N}{l} \cdot I_\Sigma = 4\pi \cdot K_\mu \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{E}{2R}$$

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από τον κυκλικό αγωγό είναι:

$$\Phi_{(\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{o})} = B \cdot A_{\text{ΣΩΛΗΝΟΕΙΔΟΥΣ}} = 4\pi \cdot K_\mu \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{E}{2R} \cdot \pi \cdot \alpha^2 = 2\pi \cdot K_\mu \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{E}{R} \cdot \pi \cdot \alpha^2$$

Ανοίγουμε το διακόπτη.
Υπολογίζουμε ξανά την ολική αντίσταση του κυκλώματος:

$$R_{(\varepsilon\xi)} = R \qquad R_{(o\lambda)} = R_{(\varepsilon\xi)} + r = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

Υπολογίζουμε ξανά την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα

$$I' = \frac{E}{R'_{(o\lambda)}} = \frac{E}{\frac{3}{2}R} = \frac{2E}{3R} = I'_\Sigma$$

και την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς:

$$B'_\Sigma = 4\pi \cdot K_\mu \cdot \frac{N}{l} \cdot I'_\Sigma = 4\pi \cdot K_\mu \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{2E}{3R}$$

και τη μαγνητική ροή που διέρχεται από τον κυκλικό αγωγό:

$$\Phi_{(\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{o})} = B'_\Sigma \cdot A_{\text{ΣΩΛΗΝΟΕΙΔΟΥΣ}} = 4\pi \cdot K\mu \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{2E}{3R} \cdot \pi \cdot \alpha^2 = \frac{4}{3}\Phi_{(\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{o})}$$

Η μεταβολή της μαγνητικής ροής στον κυκλικό αγωγό είναι:

$$|\Delta\Phi| = \left|\Phi_{(\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{o})} - \Phi_{(\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{o})}\right| = \frac{\Phi_{(\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{o})}}{3} = \frac{2}{3}\pi \cdot K_\mu \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{E}{R} \cdot \pi \cdot \alpha^2$$

Το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του κυκλικού αγωγού είναι:

$$q = N\frac{|\Delta\Phi|}{R} \xrightarrow{N=1} \mathbf{q = \frac{2}{3} \cdot \pi^2 \cdot \alpha^2 \cdot K\mu \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{E}{R^2}}$$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Με τον διακόπτη στη θέση 1 το τμήμα του κυκλώματος που περιλαμβάνει την πηγή, το σωληνοειδές και τον αντιστάτη R_1, διαρρέεται από ρεύμα.
Υπολογίζουμε την ολική αντίσταση του κυκλώματος.

$$R_{1,\Sigma} = \frac{R_1 \cdot R_\Sigma}{R_1 + R_\Sigma} \Rightarrow R_{1,\Sigma} = 2{,}5\Omega \;\; \text{και} \;\; R_{o\lambda} = R_{1,\Sigma} + r \Rightarrow R_{o\lambda} = 3\,\Omega$$

Η ένταση του ρεύματος υπολογίζεται από το νόμο του Ohm:

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \Rightarrow I = 0,5A$$

Η πολική τάση της πηγής είναι: $V_\Pi = E - I \cdot r \Rightarrow V_\Pi = 1,25\ V$.

Επομένως το ρεύμα που διαρρέει το σωληνοειδές υπολογίζεται:

$$I_\Sigma = \frac{V_\Pi}{R_\Sigma} \Rightarrow I_\Sigma = 0,25\ \text{A}$$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο μέσο του σωληνοειδούς είναι:

$$B_\Sigma = k_\mu 4\pi \frac{N}{L} I_\Sigma \Rightarrow \mathbf{B_\Sigma = 2\pi \cdot 10^{-4}\,T}$$

Γ2. **<u>1ος τρόπος:</u>** Νόμος Neumann

$$q_{επ} = N\frac{|\Delta\Phi|}{R_{ολ}} \xrightarrow{N=1} q_{επ} = \frac{|\Delta\Phi|}{R_{ολ}} \xrightarrow{\Phi = BS\ \&\ R_{ολ} = R_1 + R_{ΚΛ}} q_{επ} = \frac{B \cdot \Delta S}{R_1 + R_{ΚΛ}} \xrightarrow{\Delta S = L \cdot \Delta x} q_{επ} = \frac{B \cdot L \cdot \Delta x}{R_1 + R_{ΚΛ}} \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{\Delta x = \upsilon_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{t_1 = 4s} \Delta x = 6m} \mathbf{q_{επ} = 0,6C}$$

<u>2ος τρόπος:</u>

Η αγώγιμη ράβδος ΚΛ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η ταχύτητα της μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση:

$$u = u_o + a \cdot t = 1 + 0,25 \cdot t \text{ (S.I.)}$$

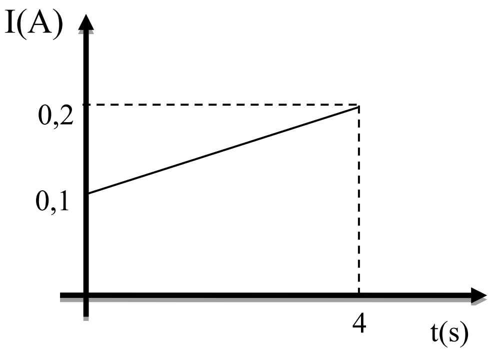
Στα άκρα της ράβδου αναπτύσσετε τάση από επαγωγή:

$$E_{επ} = B \cdot u \cdot L = B \cdot (u_o + a \cdot t) \cdot L = 2 \cdot (1 + 0,25 \cdot t) \cdot 0,5 = 1 + 0,25 \cdot t \text{ (S.I.)}$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα καταλήγουμε :

$$I = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \xrightarrow{R_{ολ} = R_1 + R_{ΚΛ}} I = 0,1 + 0,025 \cdot t \text{ (S.I.)}$$

για t=0 s είναι $I = 0,1\ A$ και
για t=4 s είναι $I = 0,2\ A$



Το εμβαδόν του διαγράμματος I – t είναι

$$E_{τραπεζίου} = \frac{0,2 + 0,1}{2} \cdot 4 = 0,6$$

Επομένως το ζητούμενο φορτίο είναι:

$$q = 0,6\ C$$

Γ3. Αρχικά υπολογίζουμε την τιμή της ταχύτητας της ράβδου στο τέλος της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης, τη στιγμή t_1=4s:

$$u = u_o + a \cdot t = 1 + 0,25 \cdot t \xrightarrow{t_1 = 4s} \upsilon = 2\frac{m}{s}$$

Η ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στα άκρα του αγωγού ΚΛ τη στιγμή t_1 είναι:

$$E_{\varepsilon\pi} = N\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \xrightarrow{N=1} E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \xrightarrow{\Phi=BS} E_{\varepsilon\pi} = N\frac{|\Delta(BS)|}{\Delta t} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{B\cdot\Delta S}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta S=L\cdot\Delta x}$$

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{B\cdot L\cdot\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = B\cdot L\cdot\upsilon \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 2\ V$$

Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το κλειστό κύκλωμα είναι:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} \xrightarrow{R_{o\lambda}=R_1+R_{K\Lambda}=10\Omega} I_{\varepsilon\pi} = 0{,}2\ \text{A}$$

Η δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ τη στιγμή t_1 είναι:

$$F_L = B\cdot I_{\varepsilon\pi}\cdot L \Rightarrow F_L = 0{,}2\ \text{A}$$

Στην συνέχεια από τον 2ο νόμο του Newton υπολογίζουμε την τιμή της $F_{\varepsilon\xi}$ τη στιγμή που αυτή σταθεροποιείται. Προσέχουμε ότι η φορά της F_L αντιτίθεται στην κίνηση της ράβδου, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz:

$$\Sigma F = m\alpha \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} - F_L = m\alpha \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} = m\alpha + F_L \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} = 0{,}3\ \text{N}$$

Επειδή τη στιγμή t_1 ισχύει ότι $F_{\varepsilon\xi} > F_L$ ο αγωγός συνεχίζει να επιταχύνεται, όμως μετά την σταθεροποίηση της $F_{\varepsilon\xi}$ η επιτάχυνση μειώνεται διαρκώς μέχρι που τελικά μηδενίζεται οπότε και η ράβδος αποκτά την μέγιστη (οριακή) ταχύτητά του.

Επομένως από τη στιγμή t_1 μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητά του σταθεροποιείται, εκτελεί **μη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, με μειούμενη επιτάχυνση**.

Γ4.

Υπολογίζουμε την τιμή της οριακής ταχύτητας εφαρμόζοντας τον 1ο νόμο του Newton:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} - F_L = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\xi} = F_L$$

$$F_{\varepsilon\xi} = B\cdot I\cdot L = \frac{B^2\cdot u_{o\rho}\cdot L^2}{R_{O\Lambda}} \Rightarrow u_{o\rho} = \frac{F_{\varepsilon\xi}\cdot R_{O\Lambda}}{B^2\cdot L^2} = \frac{0{,}3\cdot 10}{4\cdot\frac{1}{4}} m/s = 3\ m/s$$

Χρησιμοποιούμε τις τιμές της $F_{\varepsilon\xi}$ και τις $u_{o\rho}$ για να υπολογίσουμε την ζητούμενη ισχύ: $P_F = \frac{dW_F}{dt} \Rightarrow P_F = \frac{F\cdot dx}{dt} \Rightarrow P_F = F\cdot\upsilon \Rightarrow \mathbf{P_F = 0{,}9\ W}$.

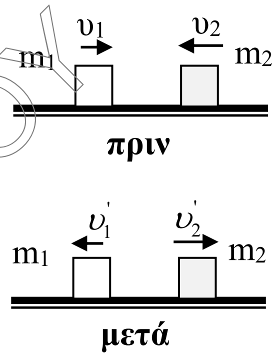
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Κόβοντας το νήμα το σώμα Σ_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$. Αφού αρχικά δεν έχει ταχύτητα η θέση που βρίσκεται είναι ακραία θέση ταλάντωσης, δηλαδή $A = \Delta\ell = 0{,}2m$ ενώ η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου θα είναι η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

Για να βρούμε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 πριν την κρούση, τη στιγμή που περνά από τη θέση $x_1 < A$ για πρώτη φορά, θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση της ενέργειας ταλάντωσης.

$$E = K + U \xrightarrow{E=U_{\max}} \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}Dx_1^2 \xrightarrow{D=k} \upsilon_1 = \pm 1\frac{m}{s} \xrightarrow{1^{\eta}\ \text{φορά}} \upsilon_1 = +1\frac{m}{s}$$

Οι ταχύτητες των σωμάτων m_1 και m_2 μετά την ελαστική κρούση τους θα είναι,



$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \xrightarrow{\upsilon_2 = -3\frac{m}{s}} \upsilon_1' = \frac{3-1}{3+1}\cdot 1 + \frac{2\cdot 1}{3+1}\cdot(-3) \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1' = -1\,\frac{m}{s}}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \xrightarrow{\upsilon_2 = -3\frac{m}{s}} \upsilon_2' = \frac{2\cdot 3}{3+1}\cdot 1 + \frac{1-3}{3+1}\cdot(-3) \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_2' = 3\,\frac{m}{s}}$$

Δ2. Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$, ενώ η θέση ισορροπίας δεν αλλάζει.

Γωνιακή συχνότητα ω: $D = m_1\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m_1}} \xrightarrow{D=k} \omega = 10\frac{rad}{s}$

Πλάτος ταλάντωσης Α':

$$E = K + U \xrightarrow{E=U_{\max}} \frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}Dx_1^2 \xrightarrow{D=k} A' = 0,2m$$

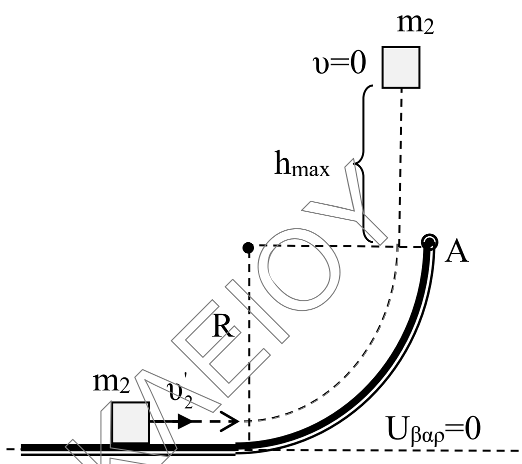
Αρχική φάση φ_o:

$$x = A\eta\mu\left(\omega t + \varphi_o\right) \xrightarrow{t_o=0,\ x=x_1,\ \upsilon_1'<0} 0,1\sqrt{3} = 0,2\eta\mu\varphi_o \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = \eta\mu\frac{\pi}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_o = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{3} \\ \acute{\eta} \\ \varphi_o = 2\kappa\pi + \pi - \dfrac{\pi}{3} \end{cases} \xrightarrow{\kappa=0} \begin{cases} \varphi_o = \dfrac{\pi}{3},\ \upsilon>0 \\ \acute{\eta} \\ \varphi_o = \dfrac{2\pi}{3},\ \upsilon<0 \end{cases}$$

Επομένως η εξίσωση απομάκρυνσης – χρόνου για την ταλάντωση του σώματος μάζας m_1 μετά την κρούση, είναι: $\mathbf{x = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{2\pi}{3}\right)}$, (S.I.) .

Δ3. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο, συνεπώς το σώμα Σ_2 κινείται σε αυτό με σταθερή ταχύτητα.
Θα μελετήσουμε την κίνηση του σώματος από την είσοδό του στο τεταρτοκύκλιο μέχρι να φτάσει στη θέση μέγιστης ανύψωσής του, (όπου η ταχύτητά του στιγμιαία μηδενίζεται), εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας. Θεωρούμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο έδαφος.



Θ.Μ.Κ.Ε.

$$\Sigma W_F = \Delta K \Rightarrow W_T + W_w + W_N = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \xrightarrow{W_N=0,\ K_{\tau\varepsilon\lambda}=0} W_T + W_w = -K_{\alpha\rho\chi} \xrightarrow{W_w=-\Delta U_{\beta\alpha\rho}}$$

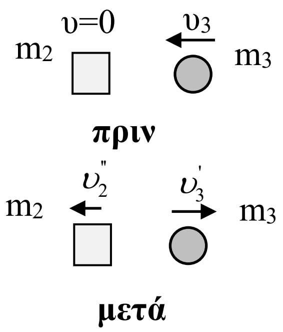
$$\Rightarrow W_T + U^{\alpha\rho\chi}_{\beta\alpha\rho} - U^{\tau\varepsilon\lambda}_{\beta\alpha\rho} = -K_{\alpha\rho\chi} \xrightarrow{U^{\alpha\rho\chi}_{\beta\alpha\rho}=0} W_T - m_2 g\left(R + h_{\max}\right) = -\frac{1}{2} m_2 \upsilon_2'^2 \Rightarrow W_T = -2,5J$$

Επομένως η θερμότητα είναι, $\mathbf{Q = |W_T| = 2,5J}$.

Δ4. Οι ταχύτητες των σωμάτων Σ_3 και Σ_2 μετά την ελαστική κρούση τους θα είναι,

$$\upsilon_3' = \frac{m_3 - m_2}{m_3 + m_2}\upsilon_3 \xrightarrow{m_3=\frac{m_2}{3}} \upsilon_3' = \frac{\frac{m_2}{3} - m_2}{\frac{m_2}{3} + m_2} \cdot 4\sqrt{3} \Rightarrow \upsilon_3' = -2\sqrt{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\upsilon_2'' = \frac{2m_3}{m_3 + m_2}\upsilon_3 \Rightarrow \upsilon_3'' = \frac{2 \cdot \frac{m_2}{3}}{\frac{m_2}{3} + m_2} \cdot 4\sqrt{3} \Rightarrow \upsilon_2'' = 2\sqrt{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

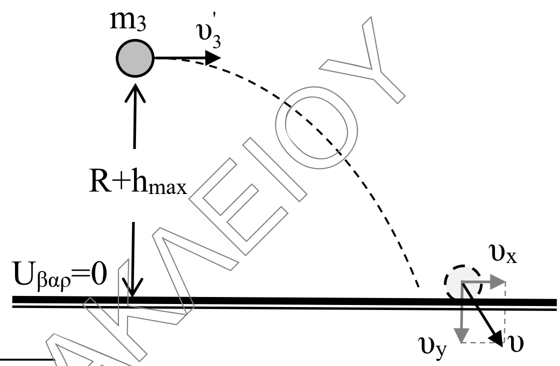


Το ποσοστό της ενέργειας που μεταβιβάστηκε από το σώμα Σ_3 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση τους είναι:

$$\pi\% = \frac{\Delta K_2}{K_1^{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% \Rightarrow \pi\% = \frac{K_2^{\tau\varepsilon\lambda} - K_2^{\alpha\rho\chi}}{K_1^{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% \Rightarrow \pi\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 \upsilon_2''^2 - 0}{\frac{1}{2} m_3 \upsilon_3^2} \cdot 100\% \Rightarrow \boldsymbol{\pi\% = 75\%}$$

Δ5. 1ος τρόπος:

Το σώμα Σ_3 μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου υ.



Άξονας xx' Ε.Ο.Κ. ($\upsilon_x=\upsilon_o=\left|\upsilon_3'\right|$)	Άξονας yy' Ελεύθερη πτώση
$x=\upsilon_o \cdot t$ (1)	$\upsilon_y = g\cdot t$ (2) $y=\frac{1}{2}gt^2$ (3)

Ο χρόνος πτώσης είναι,

$$(3)\xrightarrow{y=R+H\ \ \&\ \ t=t_{o\lambda}} R+\mathrm{H}=\frac{1}{2}gt_{o\lambda}^2 \Rightarrow t_{o\lambda}=\sqrt{\frac{2(R+H)}{g}}=0,2s$$

Η συνιστώσα της ταχύτητας στον κατακόρυφο άξονα θα είναι,

$$(2)\xrightarrow{t=t_{o\lambda}} \upsilon_y = g\cdot t_{ol} \Rightarrow \upsilon_y = 2\frac{m}{s}$$

Αφού το σώμα συγκρούεται ελαστικά με το έδαφος η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας θα αλλάξει φορά και θα διατηρήσει το μέτρο της $\vec{\upsilon_y'}=-\vec{\upsilon_y}$, ενώ η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας δεν θα αλλάξει $\vec{\upsilon_x'}=\vec{\upsilon_x}$.

Επομένως έχουμε μεταβολή ορμής μόνο στον άξονα y'y, ($\Delta p_{x'x}=0$):

$$\Delta\vec{p}=\Delta\vec{p}_{(y'y)}=\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda(y'y)}-\vec{p}_{\alpha\rho\chi(y'y)}$$

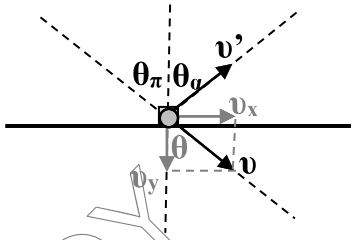
$$\Delta p = p_{\tau\varepsilon\lambda(y'y)}-(-p_{\alpha\rho\chi(y'y)}) \Rightarrow \Delta p = p_{\tau\varepsilon\lambda(y'y)}+p_{\alpha\rho\chi(y'y)} \Rightarrow \mathbf{\Delta p = 2m_2\upsilon_y = 4kg\frac{m}{s}}$$

2ος τρόπος: Το σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου υ, που μπορούμε να υπολογίσουμε εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, (αφού το βάρος που ασκείται στο σώμα είναι συντηρητική δύναμη). Θεωρούμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο έδαφος.

Α.Δ.Μ.Ε.

$$\mathrm{E}_{\mathrm{MHX}}^{\alpha\rho\chi}=\mathrm{E}_{\mathrm{MHX}}^{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi}+U_{\alpha\rho\chi}=K_{\tau\varepsilon\lambda}+U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon_2''^2+m_2 g\left(R+h_{\max}\right)=\frac{1}{2}m_2\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon = 4\frac{m}{s}$$

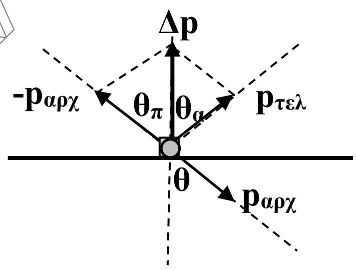


Βάση της αρχής ανεξαρτησίας των κινήσεων το σώμα μάζας m_2 στο άξονα x'x κινείται με σταθερή ταχύτητα επομένως $\upsilon_x = \upsilon_2'' = 2\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$.

Ισχύει ότι: $\eta\mu\theta = \frac{\upsilon_x}{\upsilon} \Rightarrow \eta\mu\theta = \frac{2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \eta\mu\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ή $\theta = 60^o$

Επειδή το σώμα μάζας m_2 συγκρούεται ελαστικά με το δάπεδο, έχουμε:

$\theta_\pi = \theta_\alpha \xrightarrow{\theta=\theta_\pi=60^o} \theta_\pi = \theta_\alpha = 60^o$ και $\upsilon' = \upsilon = 4\frac{m}{s}$.



Υπολογισμός της μεταβολής της ορμής:

$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} + \left(-\vec{p}_{\alpha\rho\chi}\right)$

Μέτρο:

$$\Delta p = \sqrt{p_{\alpha\rho\chi}^2 + p_{\tau\varepsilon\lambda}^2 + 2p_{\alpha\rho\chi}p_{\tau\varepsilon\lambda}\sigma\upsilon\nu\left(\theta_\pi + \theta_\alpha\right)} \xrightarrow{p_{\alpha\rho\chi}=m\cdot\upsilon=p_{\tau\varepsilon\lambda}}$$

$$\Rightarrow \Delta p = \sqrt{m^2\upsilon^2 + m^2\upsilon^2 + 2m^2\upsilon^2\sigma\upsilon\nu\left(120^o\right)} \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{\sigma\upsilon\nu\left(120^o\right)=\sigma\upsilon\nu\left(180^o-60^o\right)=-\sigma\upsilon\nu 60^o=-\frac{1}{2}} \Delta p = m\upsilon \Rightarrow \mathbf{\Delta p = 4\,kg\frac{m}{s}}.$$