

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 17/06/2021

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΑΛΓΕΒΡΑ
(ΕΠΑΛ)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό Βιβλίο σελ. 65

A2. Σχολικό Βιβλίο σελ. 28

A3. α. Λ β. Σ γ. Λ

A4. α. $\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

β. $(x^v)' = v \cdot x^{v-1}$

γ. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

B1. Εφόσον πρόκειται για σημείο τομής με τον x'x άξονα θα ισχύει

$$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - 1\alpha + 2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 3$$

άρα $f(x) = x^2 - 3x + 2, x \in \mathbb{R}$

B2. $g(x) = \frac{f(x)}{x^2-1} = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$ άρα πρέπει

$$x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x + 1) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1 \text{ και } x \neq -1 \text{ άρα } D_g = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

B3. $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2-3x+2}{x^2-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)}{(x+1)} = \frac{-1}{2}$

B4. Δίνεται το σημείο επαφής άρα η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της $f(x)$ στο σημείο $M(0, f(0))$ θα είναι της μορφής

$$y - f(0) = f'(0)(x - 0) \text{ όπου } f'(x) = 2x - 3 \text{ άρα } f'(0) = -3 \text{ και } f(0) = 2$$

άρα τελικά,

$$y - 2 = -3(x - 0) \Leftrightarrow y - 2 = -3x \Leftrightarrow y = -3x + 2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Έτη υπηρεσίας [,)	x_i	v_i	f_i	α_i	$f_i\%$
[4,8)	6	5	0,1	36°	10
[8,12)	10	15	0,3	108°	30
[12,16)	14	10	0,2	72°	20
[16,20)	18	20	0,4	144°	40
ΣΥΝΟΛΟ		50	1	360°	100

Από τον τύπο $f_i = \frac{v_i}{v}$, λύνοντας ως προς το v_i , συμπληρώνουμε την στήλη των συχνοτήτων v_i . Από το δοσμένο ιστόγραμμα, συμπληρώνουμε την στήλη των σχετικών συχνοτήτων f_i και από τον τύπο $\alpha_i = 360^\circ \cdot f_i$, συμπληρώνουμε την τελευταία στήλη που ζητείται.

Γ2. Οι εκπαιδευτικοί που έχουν συμπληρώσει τουλάχιστον 8 χρόνια υπηρεσίας είναι $v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 20 = 45$.

Γ3. Το ποσοστό των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει υπηρεσία λιγότερη από 16 έτη είναι $f_1\% + f_2\% + f_3\% = 10 + 20 + 30 = 60\%$.

Γ4. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων είναι ίσο με το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων άρα με 1.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ισχύει ότι $P_{ABΓΔ} = 80m \Leftrightarrow 2x + 2y = 80 \Leftrightarrow x + y = 40$
 $\Leftrightarrow y = 40 - x$ (1)

Έχουμε ότι $E_{ABΓΔ} = x \cdot y \Leftrightarrow E(x) = x \cdot (40 - x)$ από την (1)
 Δηλαδή $E(x) = -x^2 + 40x$.

Για το πεδίο ορισμού ισχύει $x > 0, y > 0 \Leftrightarrow 40 - x > 0 \Leftrightarrow x < 40$.
 Οπότε $0 < x < 40$.

Δ2. $E'(x) = -2x + 40$. Λύνουμε $E'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 40 = 0 \Leftrightarrow x = 20$. Ισχύει ότι $E'(x) > 0 \Leftrightarrow x < 20$, $E \uparrow$
 στο $(0, 20]$ και

$E'(x) < 0 \Leftrightarrow x > 20$, $E \downarrow$ στο $[20, 40)$.

Δ3. Η συνάρτηση παρουσιάζει ολικό μέγιστο για $x = 20$, το $E(20) = 400$.

Δ4. Ισχύει ότι $40 = x_A + y_A \Leftrightarrow 40 = 29,5 + y_A \Leftrightarrow y_A = 10,5m$

$40 = x_B + y_B \Leftrightarrow 40 = 34,2 + y_B \Leftrightarrow y_B = 5,8m$

Οπότε $E_A = x_A \cdot y_A = 309,75m^2$ και $E_B = x_B \cdot y_B = 198,36m^2$.

Άρα $E_A > E_B$.

Επιμέλεια:

Δασκαλάκη Δήμητρα

Δασκαλάκη Μαρία-Όλγα