

**ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ**

**Ημερομηνία: Κυριακή 8 Απριλίου 2012**

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω τα διανύσματα  $\vec{a}, \vec{\beta}$ , τα οποία δεν είναι παράλληλα με τον άξονα  $y'y$  και έχουν συντελεστές διεύθυνσως  $\lambda_1, \lambda_2$  αντίστοιχα.

Να αποδείξετε την ισοδυναμία:  $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1$ .

**Μονάδες 9**

**A2.** Να ορίσετε το συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$  μίας ευθείας  $\epsilon$ , μη παράλληλης με τον άξονα  $y'y$ .

**Μονάδες 3**

**A3.** Έστω  $Oxy$  ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και  $C$  ο κύκλος με κέντρο το σημείο  $O(0,0)$  και ακτίνα  $\rho$ , ο οποίος έχει εξίσωση  $x^2 + y^2 = \rho^2$ . Αν  $A(x_1, y_1)$  είναι σημείο του κύκλου  $C$ , να γράψετε την εξίσωση της εφαπτομένης ευθείας  $\epsilon$  στον κύκλο  $C$ , στο σημείο του  $A$ .

**Μονάδες 3**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Αν τα διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$  είναι ομόρροπα τότε  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = |\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|$  και αντιστρόφως.

**β.** Η απόσταση του σημείου  $M_0(x_0, y_0)$  από την ευθεία  $\epsilon$  με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  δίνεται πάντοτε από τον τύπο  $d(M_0, \epsilon) = \frac{|Ax_0 + By_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ .

**γ.** Η εξίσωση  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$  με  $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$  παριστάνει πάντοτε κύκλο με ακτίνα  $\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2}$ .

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2012**

**E\_3.ΜΛ2ΘΤ(ε)**

- δ. Η κάθετη στην εφαπτομένη μιας έλλειψης στο σημείο επαφής  $M$  διχοτομεί τη γωνία  $\widehat{E'ME}$ , όπου  $E', E$  είναι οι εστίες της έλλειψης.
- ε. Αν  $C$  είναι μία παραβολή με εξίσωση  $y^2=2px$ ,  $p \in \mathbb{R}$  τότε σε κάθε περίπτωση ο  $p$  ισούται με την απόσταση της εστίας από τη διευθετούσα της παραβολής.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  για τα οποία ισχύει  $|\vec{\alpha}| = \sqrt{2}, |\vec{\beta}| = 1$  και  $(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \perp (2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta})$ .

**B1.** Να αποδείξετε ότι:  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 1$ .

**Μονάδες 5**

**B2.** Να βρείτε τη γωνία των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ .

**Μονάδες 5**

**B3.** Να αποδείξετε ότι:  $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}|$ .

**Μονάδες 7**

**B4.** Να βρείτε την προβολή του διανύσματος  $2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$  στο διάνυσμα  $\vec{\alpha}$ .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται το τρίγωνο  $AB\Gamma$  με κορυφές τα σημεία  $A(5, -1), B(4, 4)$  και  $\Gamma(2, 1)$ .

**Γ1.** Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς  $B\Gamma$  και του ύψους  $\Gamma\Delta$  του τριγώνου.

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από την κορυφή  $\Gamma$  του τριγώνου και απέχουν από την αρχή των αξόνων απόσταση ίση με 2 μονάδες.

**Μονάδες 8**

**Γ3. i)** Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής  $C$  που διέρχεται από την κορυφή  $\Gamma$  του τριγώνου, έχει κορυφή το  $O(0,0)$  και άξονα συμμετρίας τον  $y'y$ .

**Μονάδες 5**

**ii)** Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής  $C$ , η οποία είναι παράλληλη στην πλευρά  $B\Gamma$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η έλλειψη  $C_1$  με εξίσωση  $C_1 : 3x^2 + 4y^2 = 12$  και εστίες  $E, E'$  και ο κύκλος  $C_2$  με εξίσωση  $C_2 : x^2 + y^2 = \frac{7}{2}$ .

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $BEE'$  είναι ισόπλευρο, όπου  $B$  είναι ένα από τα άκρα του μικρού άξονα της έλλειψης.

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι το σημείο  $P\left(\sqrt{2}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$  είναι κοινό σημείο των δύο κωνικών τομών  $C_1, C_2$  και να υπολογίσετε όλα τα κοινά τους σημεία.

**Μονάδες 4**

**Δ3.** Να υπολογίσετε τα σημεία  $M(x_0, y_0)$  τα οποία είναι τέτοια ώστε:  $2(OM)^2 = 7$  και  $(ME) + (ME') = 4$ , όπου  $O$  είναι η αρχή των αξόνων.

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Να υπολογίσετε την εξίσωση της διχοτόμου της γωνίας  $\widehat{E'PE}$ , όπου  $P\left(\sqrt{2}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ .

**Μονάδες 8**

**Σας ευχόμαστε επιτυχία**