ΤΑΞΗ: **3η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ. (Α΄ ΟΜΑΔΑ)**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

Ημερομηνία: Μ. Τετάρτη 11 Απριλίου 2012

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 64

Α2. α→Σ, β→Λ, γ→Λ, δ→Σ, ε→Σ.

Α3. **α.** $\left(e^{-x}\right)' = e^{-x}\cdot(-x)' = -e^{-x}$

β. $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x) = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$

γ. Το κέντρο κάθε κλάσης ενός δείγματος ισούται με το **ημιάθροισμα** των άκρων της κλάσης.

δ. Αν διαιρέσουμε την συχνότητα v_i μιας μεταβλητής Χ με το μέγεθος ν του δείγματος προκύπτει **η σχετική συχνότητα** της τιμής x_i.

ε. $\int_\alpha^\beta \sigma\upsilon\nu x dx = [\eta\mu x]_a^\beta = \eta\mu\beta - \eta\mu\alpha$.

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\alpha = \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{2x-4} = \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x+2)}{2(x-2)} = \dfrac{2+2}{2} = 2.$

Β2. Τότε οι τιμές είναι 8, 14, 20, 12, 16 και $\bar{x} = \dfrac{8+14+20+12+16}{5} = \dfrac{70}{5} = 14.$

Β3. Εύρος $\mathbb{R} = 20-8 = 12$
Γράφουμε με αύξουσα σειρά τις παρατηρήσεις: 8,12,14,16,20. Η μεσαία παρατήρηση είναι η 3η, με τιμή 14 δηλαδή δ=14.

Β4. $S^2 = \dfrac{(8-14)^2+(12-14)^2+(14-14)^2+(16-14)^2+(20-14)^2}{5} =$

$= \dfrac{36+4+0+4+36}{5} = \dfrac{80}{5} = 16$ δηλαδή $S = \sqrt{16} = 4$.

Άρα $CV = \dfrac{s}{\bar{x}} = \dfrac{4}{14} = 0,142 = 14,2\% > 10\%$.

Άρα δεν είναι ομοιογενές το δείγμα.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^2-7x+10}{2(x^2-2x)} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{(x-2)(x-5)}{2x(x-2)} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x-5}{2x} = \dfrac{2-5}{2\cdot 2} = \dfrac{-3}{4}$.

Γ2. $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x-\lambda}{4} = \dfrac{2-\lambda}{4}$

Γ3. **Πρέπει:** $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \dfrac{-3}{4} = \dfrac{2-\lambda}{4} \Leftrightarrow -3 = 2-\lambda \Leftrightarrow \lambda = 5.$

Γ4. **Για λ = 5**

$$\int_{\lambda-4}^{2} \frac{(\lambda-2)x^3+2x^2-7x+1}{x}dx = \int_1^2 \frac{3x^3+2x^2-7x+1}{x}dx = \int_1^2 \left(3x^2+2x-7+\frac{1}{x}\right)dx =$$

$$= \left[x^3+x^2-7x+\ln|x|\right]_1^2 = (8+4-14+\ln 2)-(1+1-7+0) =$$

$$= (-2+\ln 2)-(-5) = 3+\ln 2.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αν $f(1) = -1 \Leftrightarrow 2\ln 1 + a\cdot 1 = -1 \Leftrightarrow 0+a=-1 \Leftrightarrow a=-1$.

Δ2. Τότε $f(x) = 2\ln x - x$ και $f'(x) = \dfrac{2}{x} - 1 = \dfrac{2-x}{x}, \quad x>0$.

i. Αν $f'(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{2-x}{x}=0 \Leftrightarrow 2-x=0 \Leftrightarrow x=2$.

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\nearrow$	τ.μ.	$\searrow$

Άρα $f\uparrow(0,2]$ και $f\downarrow[2,+\infty)$.

ii. Παρουσιάζει μέγιστο για $x=2$ με τιμή $f(2)=2\ln 2-2$.

iii. $$\lim_{x\to 2}\frac{xf'(x)}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}=\lim_{x\to 2}\frac{x\left(\dfrac{2-x}{x}\right)}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}=\lim_{x\to 2}\frac{2-x}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}=\lim_{x\to 2}\frac{(2-x)\left(\sqrt{x}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{2}\right)}=$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{(2-x)\left(\sqrt{x}+\sqrt{2}\right)}{x-2}=\lim_{x\to 2}-\left(\sqrt{x}+\sqrt{2}\right)=-\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}\right)=-2\sqrt{2}.$$