

**ΤΑΞΗ:** Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ:** ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

**Ημερομηνία:** Κυριακή 17 Απριλίου 2016  
**Διάρκεια Εξέτασης:** 2 ώρες

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Έστω  $\vec{a}, \vec{v}$  δύο διανύσματα του επιπέδου με  $\vec{a} \neq \vec{0}$ .  
Δείξτε ότι για την προβολή του  $\vec{v}$  πάνω στο  $\vec{a}$  ισχύει  $\vec{a}\vec{v} = \vec{a} \cdot \text{προβ}_{\vec{a}} \vec{v}$ .  
(15 μονάδες)
- A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α)** Το εμβαδόν τριγώνου  $AB\Gamma$  δίνεται από το τύπο  $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \det(\overline{AB}, \overline{A\Gamma})$ .  
Σ - Λ
- β)** Για τη γωνία  $\varphi$ , που σχηματίζει ένα διάνυσμα  $\vec{a}$  με τον άξονα  $x'x$  ισχύει  $0 \leq \varphi < 2\pi$ .  
Σ - Λ
- γ)** Η εξίσωση  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$  με  $A \cdot B \neq 0$  και  $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$  παριστάνει κύκλο με κέντρο  $K\left(\frac{A}{2}, \frac{B}{2}\right)$ .  
Σ - Λ
- δ)** Η απόσταση της κορυφής μιας παραβολής από την εστία της είναι ίση με το μισό της απόστασης της εστίας από την διευθετούσα.  
Σ - Λ
- ε)** Ισχύει η ισοδυναμία  $\vec{a} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{a} = \lambda \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  και  $\vec{\beta} \neq \vec{0}$ .  
Σ - Λ  
(2x5 μονάδες)

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016**  
**Β ΦΑΣΗ**

**E\_3.Μλ2Θ(ε)**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (-1, 2)$  και  $\vec{\beta} = -3\vec{j}$ .

**B1.** Δείξτε ότι το διάνυσμα  $\vec{\nu} = 3\vec{\alpha} - 2\vec{\beta} = (-3, 12)$  και βρείτε τον αριθμό  $\gamma = \vec{\nu}\vec{\alpha} + 4\vec{\alpha}\vec{\beta}$ .

(6 μονάδες)

**B2.** Αν σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  η πλευρά  $AB$  διέρχεται από το σημείο  $K(3, 3)$  και είναι κάθετη στο διάνυσμα  $\vec{\nu}$ , ενώ η πλευρά  $B\Gamma$  έχει εξίσωση  $y = (\vec{\nu}\vec{\alpha} + 4\vec{\alpha}\vec{\beta})x - 2$  τότε βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών  $AB$  και  $B\Gamma$  και την κορυφή  $B$ .

(7 μονάδες)

**B3.** Βρείτε την εξίσωση της ευθείας γραμμής, στην οποία βρίσκονται τα σημεία  $M(\lambda - 1, 2\lambda + 2)$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

(6 μονάδες)

**B4.** Αν η πλευρά  $A\Gamma$  είναι η ευθεία γραμμή που βρήκατε στο ερώτημα B3 τότε να δείξετε ότι το μήκος του ύψους  $B\Delta$  είναι  $\frac{49\sqrt{5}}{55}$ .

(6 μονάδες)

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  με κορυφή  $A(2, -3)$  και τη πλευρά  $\Gamma\Delta$  να έχει εξίσωση  $2x - 3y + 5 = 0$ . Μία πλευρά του βρίσκεται στην ευθεία

(ε):  $x + y = 0$ .

**Γ1.** Δείξτε ότι η πλευρά που βρίσκεται στην ευθεία (ε) είναι η  $B\Gamma$ , βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής  $\Gamma$  και δείξτε ότι το κέντρο του παραλληλογράμμου είναι  $K\left(\frac{1}{2}, -1\right)$ .

(7 μονάδες)

**Γ2.** Βρείτε την πλευρά  $AB$  και δείξτε ότι το εμβαδόν του παραλληλογράμμου  $AB\Gamma\Delta$  είναι  $\frac{18}{5}$  τ.μ.

(7 μονάδες)

**Γ3.** Δείξτε ότι η εξίσωση της παραβολής  $C$ , που έχει κορυφή  $O(0, 0)$ , άξονα συμμετρίας τον  $x'$  και διέρχεται από το κέντρο  $K$  του παραλληλογράμμου είναι  $x = \frac{1}{2}y^2$

(5 μονάδες)

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2016**  
**Β ΦΑΣΗ**

**E\_3.Μλ2Θ(ε)**

- Γ4.** Δείξτε ότι η εφαπτομένη της παραβολής  $C$  στο σημείο  $K$  είναι  $2x + 2y + 1 = 0$  και μετά βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της διχοτόμου της γωνίας  $\widehat{EK\Theta}$ , όπου  $E$  η εστία και  $\overline{K\Theta} \nearrow \nearrow \overline{OE}$ .

(6 μονάδες)

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η ευθεία  $\varepsilon : ax + by = 0$ .

- Δ1.** Να δείξετε ότι η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 4ax - 4by = 0$  παριστάνει κύκλο, του οποίου να βρείτε το κέντρο  $K$  και την ακτίνα  $\rho$ .

(7 μονάδες)

- Δ2.** Ποια είναι η σχετική θέση της ευθείας και του κύκλου.

(5 μονάδες)

- Δ3.** Αν για τους αριθμούς  $a$  και  $b$  ισχύει  $3a^2 + 4b^2 = 3$  τότε να δείξετε ότι τα κέντρα των παραπάνω κύκλων βρίσκονται στην έλλειψη  $3x^2 + 4y^2 = 12$ , της οποίας να βρείτε τα μήκη των αξόνων και την εκκεντρότητα.

(6 μονάδες)

- Δ4.** Δείξτε ότι η εφαπτομένη της έλλειψης σε σημείο  $N(x_1, y_1)$  διαφορετικό των κορυφών της, που διέρχεται από το  $Z(-2, 3)$  είναι  $x + 2y - 4 = 0$ . Μετά δείξτε ότι τα σημεία  $Z$ ,  $O(0, 0)$  και το μέσο του  $NA'$  είναι συνευθειακά, όπου  $A'$  η κορυφή της έλλειψης στον άξονα  $Ox'$ .

(7 μονάδες)