ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

Ημερομηνία: Πέμπτη 5 Ιανουαρίου 2017
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

ΕΡΩΤΗΣΗ	Α1	Α2	Α3	Α4
ΑΠΑΝΤΗΣΗ	γ	γ	β	δ
ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΗΣΗ	3	4	2	3

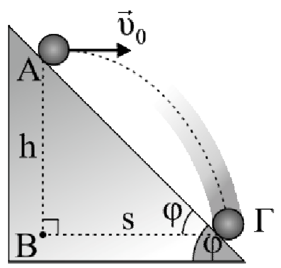
Α5. **α.** Σωστό
β. Σωστό
γ. Σωστό
δ. Λάθος
ε. Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. **Σωστή απάντηση είναι η α.**
Αιτιολόγηση

$1^{ος}$ τρόπος

Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων το σώμα στον οριζόντιο άξονα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ενώ στον κατακόρυφο άξονα ελεύθερη πτώση. Από το διπλανό σχήμα έχουμε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές $AB = B\Gamma$ αφού $\varphi = 45^o$:



$$s = h \text{ ή } \upsilon_0 t = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{ή } t = \frac{2\upsilon_0}{g}$$

2ος τρόπος

Από το τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος έχουμε:

$$\eta\mu 45^o = \frac{h}{A\Gamma} (1) \text{ και } \sigma\upsilon\nu 45^o = \frac{s}{A\Gamma} (2).$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1), (2) βρίσκουμε:

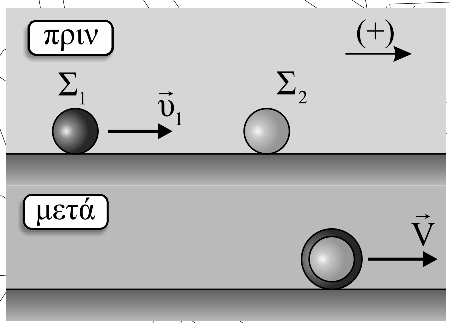
$$s = h \text{ ή } \upsilon_0 t = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{ή } t = \frac{2\upsilon_0}{g}$$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η α.

Αιτιολόγηση

Αναφερόμαστε στο παρακάτω σχήμα, όπου θεωρούμε ως θετική τη φορά της αρχικής ταχύτητας της σφαίρας Σ_1.



Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο για το μονωμένο σύστημα των δυο σφαιρών έχουμε:

$$\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma} = \vec{p}'_{\sigma\upsilon\sigma} \text{ ή αλγεβρικά}$$

$$m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)V \text{ ή } m\upsilon_1 = (m + 3m)V \text{ ή}$$

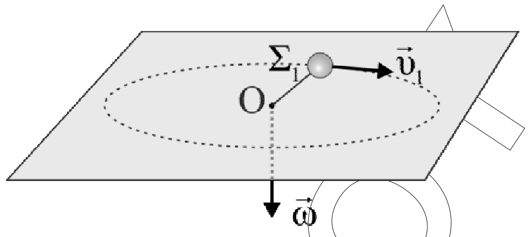
$$V = \frac{\upsilon_1}{4}$$

Συνεπώς ο ζητούμενος λόγος θα είναι:

$$\frac{K_1}{K} = \frac{\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2}{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2} = \frac{m\upsilon_1^2}{4m\frac{\upsilon_1^2}{4^2}} \text{ ή } \frac{K_1}{K} = 4$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η σφαίρα Σ_1 εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ακτίνα R ίση με το μήκος του νήματος L. Συνεπώς το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας υπολογίζεται από την σχέση:



$$\upsilon = \omega \cdot R \ \text{ή} \ \omega = \frac{\upsilon}{R} \ \text{ή} \ \omega = 1\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Η φορά της γωνιακής ταχύτητας υπολογίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού και είναι κάθετη στο δάπεδο και με φορά προς τα κάτω στο κέντρο O της κυκλικής τροχιάς όπως φαίνεται στο σχήμα.

Η περίοδος είναι $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ή $T = 2\pi$ s

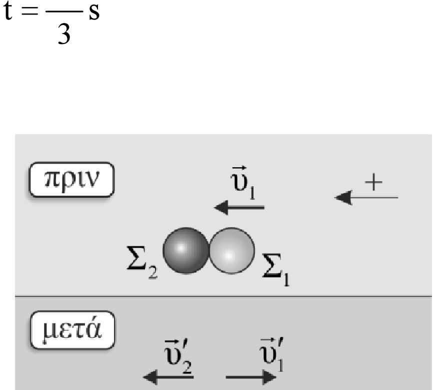
Γ2. Η ακτίνα που συνδέει τη σφαίρα Σ_1 με το κέντρο O διαγράφει επίκεντρες γωνίες με σταθερό ρυθμό $\omega = 1\frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Οι δύο σφαίρες θα συγκρουστούν όταν θα έχει διαγραφεί γωνία θ. Αρχικά μετατρέπουμε την γωνία σε rad:

$$\theta_1 = \frac{\pi}{180}\cdot\theta = \frac{2\pi}{3}\,\text{rad}$$

και υπολογίζουμε τον χρόνο από την σχέση ορισμού της γωνιακής ταχύτητας:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \ \text{ή} \ \Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{1} \ \text{ή} \ \Delta t = \frac{2\pi}{3}\text{s} \ \text{ή} \ t - t_0 = \frac{2\pi}{3}\text{s} \overset{t_0=0}{\Rightarrow} t = \frac{2\pi}{3}\text{s}$$

Γ3. Το σύστημα είναι μονωμένο στην διεύθυνση κίνησης, αφού δεν δέχεται καμία εξωτερική δύναμη κατά τη διεύθυνση αυτή.



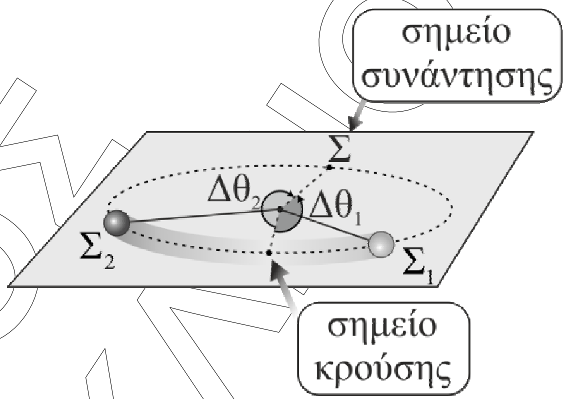
$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi.\sigma\upsilon\sigma} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda.\sigma\upsilon\sigma} \ \text{ή} \ m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{\upsilon}_1' + m_2\vec{\upsilon}_2' \quad (1)$$

Η ορμή της σφαίρας Σ_2 πριν την κρούση ήταν μηδενική. Επιπλέον τα νήματα έχουν ίδιο μήκος και οι σφαίρες αμελητέες διαστάσεις, συνεπώς οι ταχύτητες των σωμάτων ακριβώς πριν και μετά την κρούση είναι στην ίδια διεύθυνση. Θεωρώντας θετική φορά την αρχική φορά της σφαίρας Σ_1 η σχέση (1) γράφεται σε αλγεβρική μορφή:

$$m_1\upsilon_1 = -m_1\upsilon_1' + m_2\upsilon_2' \text{ ή } \upsilon_2' = \frac{m_1\upsilon_1 + m_1\upsilon_1'}{m_2} \text{ ή } \upsilon_2' = 1\frac{m}{s}$$

Η φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_2'$ είναι ίδια με την αρχική της ταχύτητας της σφαίρας Σ_1.

Γ4. Μετά την κρούση και τα δύο σώματα εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Αφού αμέσως μετά την κρούση κινούνται με αντίθετες γραμμικές ταχύτητες και δεδομένου ότι η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς τους είναι ίδια, και οι γωνιακές ταχύτητες των σωμάτων έχουν ίδιο μέτρο και αντίθετη φορά.



Αν λοιπόν αναλογιστεί κανείς ότι όταν ξανασυναντηθούν οι δύο σφαίρες οι επιβατικές ακτίνες θα έχουν διαγράψει συνολικά γωνία 2π, ενώ ο ρυθμός με τον οποίο διαγράφουν γωνίες είναι ίδιος ($|\vec{\omega}_1| = |\vec{\omega}_2|$), η λύση είναι προφανής:

$$\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = \pi \text{ rad}$$

Γενικότερα το ερώτημα θα μπορούσε να απαντηθεί ως εξής:

Αρχικά υπολογίζουμε τα μέτρα των νέων γωνιακών ταχυτήτων:

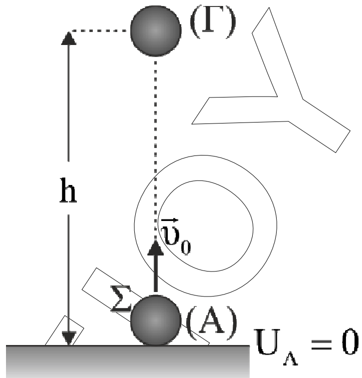
$$|\omega_1'| = \frac{|\upsilon_1'|}{R} = \frac{1}{2} \text{ rad/s}, \; |\omega_2'| = \frac{|\upsilon_2'|}{R} = \frac{1}{2} \text{ rad/s}$$

Και κατόπιν στηριζόμαστε στο γεγονός ότι αφού οι σφαίρες διαγράφουν αντίρροπα την κυκλική τροχιά όταν συναντηθούν οι επιβατικές ακτίνες θα έχουν διαγράψει συνολική γωνία ίση με 2π rad: Άρα:

$$\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 = 2\pi \text{ ή } |\omega_1'|\cdot\Delta t + |\omega_2'|\cdot\Delta t = 2\pi \text{ ή } \Delta t = \frac{2\pi}{|\omega_1'| + |\omega_2'|} = 2\pi \text{ sec}$$

Και $\Delta\theta_1 = |\omega_1'|\cdot\Delta t = \pi \text{ rad}$, $\Delta\theta_2 = |\omega_2'|\cdot\Delta t = \pi \text{ rad}$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση μηχανικής ενέργειας για τη μετάβαση του σώματος Σ από το Α στο Γ γνωρίζοντας ότι στην θέση αυτή η ταχύτητα του είναι μηδέν. Επίπεδο αναφοράς βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ορίζουμε το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το σημείο Α.

$E_{αρχ,Α} = E_{τελ,Γ}$ ή $K_A + U_A = K_Γ + U_Γ$ ή ή

$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + 0 = 0 + mgh$ ή $\upsilon_0 = \sqrt{2gh}$ ή $\upsilon_0 = 20\,m/s$.

Η διάσπαση του σώματος αλλά και γενικότερα τέτοιου τύπου «εκρηκτικές» διασπάσεις μελετώνται στο πλαίσιο της Α.Δ.Ο. Ακόμη και σε περιπτώσεις που το σύστημα (σώμα) που διασπάται δεν είναι μονωμένο, χρησιμοποιούμε την Α.Δ.Ο υπό την προϋπόθεση ότι η «έκρηξη» έχει αμελητέα διάρκεια και θεωρώντας ότι οι εσωτερικές δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των μερών του υπό διάσπαση σώματος, είναι πολύ μεγαλύτερες από τις εξωτερικές. Εφαρμόζουμε την αρχή της Διατήρησης της Ορμής κατά την έκρηξη του σώματος Σ, με θετική τη φορά της ταχύτητας του $Σ_2$.

$\vec{p}_{αρχ.συσ} = \vec{p}_{τελ.συσ}$ ή $0 = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2$ ή $0 = -m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2$ ή $\frac{m}{3}\upsilon_1 = \frac{2m}{3}\upsilon_2$ ή

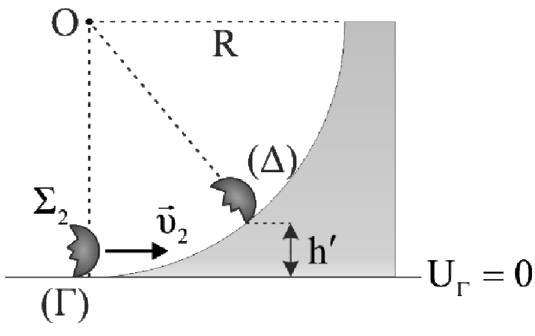
$\upsilon_1 = 2\upsilon_2$ (1)

Η ενέργεια που γίνεται κινητική από την έκρηξη είναι:

$E = K_1 + K_2$ ή $E = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \xrightarrow{(1)} E = \frac{1}{2}\frac{m}{3}(2\upsilon_2)^2 + \frac{1}{2}\frac{2m}{3}\upsilon_2^2$ ή $\upsilon_2 = \sqrt{\frac{E}{m}}$ ή

$\upsilon_2 = 20\,m/s$.

Άρα από (1) βρίσκουμε $\upsilon_1 = 40\,m/s$. Τα σώματα μετά την έκρηξη θα κινηθούν σε αντίθετες κατευθύνσεις με μέτρα ταχυτήτων $\upsilon_1 = 40\,m/s$ και $\upsilon_2 = 20\,m/s$.



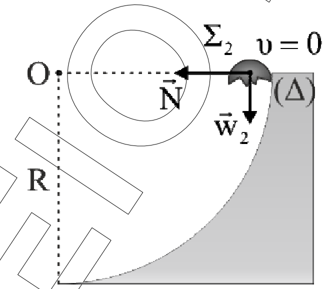
Δ2. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση μηχανικής ενέργειας για τη μετάβαση του σώματος $Σ_2$ από το Γ στο Δ γνωρίζοντας ότι στην θέση αυτή η ταχύτητα του είναι μηδέν. Επίπεδο αναφοράς βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ορίζουμε το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το σημείο Γ.

$E_{αρχ,Γ} = E_{τελ,Δ}$ ή $K_Γ + U_Γ = K_Δ + U_Δ$ ή ή

$\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = m_2gh'$ ή $h' = \frac{\upsilon_2^2}{2g}$ ή $h' = 20\,m = R$. Άρα το ύψος που ανέβηκε το σώμα ισούται με την ακτίνα του τεταρτοκυκλίου.

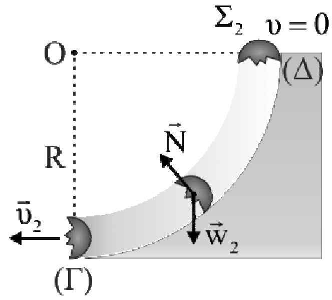
Επομένως το σώμα Σ_2 θα απέχει από το έδαφος: $H = R + h = 40\,m$

Δ3. Το σώμα φτάνει στην κορυφή Δ του τεταρτοκύκλιου με ταχύτητα μηδέν όπως αποδείχθηκε στο προηγούμενο ερώτημα. Στην θέση Δ η μόνη δύναμη στην διεύθυνση της ακτίνας που έχει το ρόλο της κεντρομόλου είναι η αντίδραση N του δαπέδου στο σώμα Σ_2:



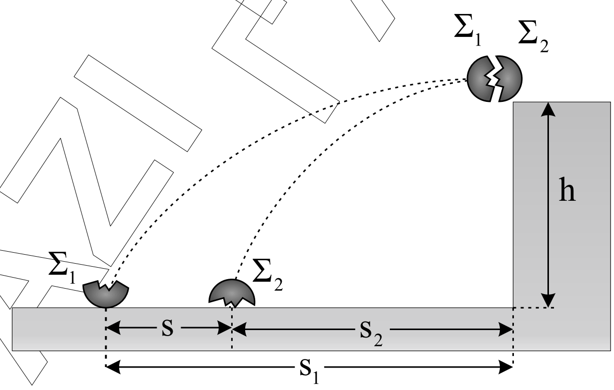
$$F_\kappa = \frac{m_2\upsilon^2}{R} \text{ ή } N = \frac{m_2\upsilon^2}{R} \text{ ή } N = 0$$

Δ4. Το σώμα Σ_2 εγκαταλείπει το τεταρτοκύκλιο από το σημείο Γ με το ίδιο μέτρο ταχύτητας που απέκτησε από την έκρηξη. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση μηχανικής ενέργειας για τη μετάβαση του σώματος Σ_2 από το Δ στο Γ. Επίπεδο αναφοράς βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ορίζουμε το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το σημείο Γ.



$$E_{\alpha\rho\chi,\Delta} = E_{\tau\varepsilon\lambda,\Gamma} \text{ ή } K_\Delta + U_\Delta = K_\Gamma + U_\Gamma \text{ ή } m_2gh' = \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \text{ ή } \upsilon_2' = \upsilon_2 = 20\,m/s$$

Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 εκτελούν οριζόντια βολή, με μέτρα ταχυτήτων $\upsilon_1 = 40\,m/s$, $\upsilon_2 = 20\,m/s$.



Ο χρόνος πτώσης είναι:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \text{ ή } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ ή } t = 2\,s.$$

Υπολογίζουμε τα βεληνεκή των δύο σωμάτων:

$$s_1 = \upsilon_1 t \;\text{ ή }\; s_1 = 80\text{ m}$$

$$s_2 = \upsilon_2 t \;\text{ ή }\; s_2 = 40\text{ m}$$

Η απόσταση των σωμάτων όταν φτάνουν στο έδαφος είναι:

$$s = s_1 - s_2 \;\text{ ή }\; s = 40\text{ m}$$