



**ΤΑΞΗ:** Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ:** ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

**Ημερομηνία:** Παρασκευή 5 Ιανουαρίου 2018  
**Διάρκεια Εξέτασης:** 3 ώρες

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Αν  $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ ,  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$  και  $\vec{\gamma} = (x_3, y_3)$  διανύσματα του επιπέδου  $Oxy$  να αποδείξετε ότι:  $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) = \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$

**Μονάδες 10**

**A2.** Να γράψετε στο τετράδιό σας τον τύπο που υπολογίζει τον συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$  μίας ευθείας που διέρχεται από τα σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  με  $x_1 \neq x_2$ .

**Μονάδες 5**

**A3.** Για καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις, να γράψετε στο τετράδιό σας δίπλα από το κάθε γράμμα τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **ΛΑΘΟΣ**, αν είναι λανθασμένη.

(α) Αν  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  δύο σημεία του επιπέδου  $Oxy$  τότε οι συντεταγμένες  $(x, y)$  του μέσου  $M$  του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$  είναι:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

(β) Αν  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  δύο ευθείες με συντελεστές διεύθυνσης  $\lambda_1, \lambda_2$  αντίστοιχα, τότε ισχύει  $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$ .

(γ) Αν  $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$  δύο διανύσματα του επιπέδου  $Oxy$  τότε:  
$$\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2$$

(δ) Αν  $\vec{\alpha} // x'x$  τότε δεν ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης του διανύσματος  $\vec{\alpha}$ .

(ε) Η εξίσωση μιας κατακόρυφης ευθείας που διέρχεται από το σημείο

$$A(x_0, y_0) \text{ είναι η } x = x_0$$

Μονάδες 10

### ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα:

$$\vec{u} = (\sqrt{3}, \kappa), \vec{v} = (3, -\sqrt{3}) \text{ με } \kappa > 0 \text{ τα οποία έχουν ίσα μέτρα.}$$

**B1.** Να δείξετε ότι  $\kappa = 3$ .

Μονάδες 8

**B2.** Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα  $\vec{u}, \vec{v}$  είναι κάθετα.

Μονάδες 5

**B3.** Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος  $\vec{u} + \vec{v}$ .

Μονάδες 7

**B4.** Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα  $\vec{u} + \vec{v}$  και  $\vec{u}$ .

Μονάδες 5

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τρίγωνο με κορυφές τα σημεία  $A(1,1), B(2,3), \Gamma(5,3)$

**Γ1.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $AB$ .

Μονάδες 8

**Γ2. (i)** Να αποδείξετε ότι το μέσο  $M$  της πλευράς  $A\Gamma$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  έχει συντεταγμένες  $(3,2)$ . (Μονάδες 3)

**(ii)** Να δείξετε ότι η μεσοκάθετος της πλευράς  $A\Gamma$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  έχει εξίσωση  $(\varepsilon): y = -2x + 8$ . (Μονάδες 7)

Μονάδες 10

**Γ3.** Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου  $\Delta$  του επιπέδου  $Oxy$  για το οποίο το  $AB\Gamma\Delta$  να είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 7

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2018  
Α' ΦΑΣΗ

E\_3.Μλ2Θ(ε)

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η ευθεία  $(\varepsilon): y = |\vec{\alpha}|x + |\vec{\alpha} + \vec{\beta}|$  η οποία σχηματίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο και τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $A(0,2)$ . Αν για το διάνυσμα  $\vec{\beta}$  ισχύει  $\vec{\beta} = (1, |\vec{\beta}| - 1)$  να δείξετε ότι:

Δ1. (i)  $|\vec{\alpha}| = 1$  (Μονάδες 5)

(ii)  $|\vec{\beta}| = 1$  (Μονάδες 5)

Δ2.  $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$  (Μονάδες 8)

Δ3. Οι ευθείες  $\varepsilon_1: y = 2x - \lambda + 2$  και  $\varepsilon_2: y = \lambda x - \lambda^2 + \lambda + 2$  με  $\lambda \in \mathbb{R} - \{2\}$  τέμνονται για κάθε  $\lambda \neq 2$  σε σημείο το οποίο κινείται πάνω στην  $(\varepsilon)$ . (Μονάδες 7)

**Μονάδες 25**