ΤΑΞΗ: **Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

Ημερομηνία: Σάββατο 13 Ιανουαρίου 2018
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΚΥΚΛΟΣ ΓΑΛΗΡΑΚΛΕΙΟΥ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

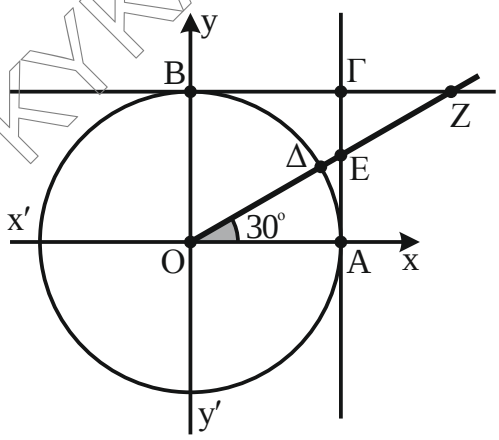
ΘΕΜΑ Α

Α1. Για κάθε γωνία ω, να αποδείξετε την ταυτότητα

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1.$$

(Μονάδες 15)

Α2. Αν γνωρίζετε ότι ο κύκλος του παρακάτω σχήματος είναι ο τριγωνομετρικός κύκλος, τότε να αντιστοιχίσετε τα σημεία της στήλης Α με τις συντεταγμένες της στήλης Β.



Στήλη Α	**Στήλη Β**
Α •	• $(1,1)$
Β •	• $(\sqrt{3},1)$
Γ •	• $(1,0)$
Δ •	• $(0,1)$
Ε •	• $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$
Ζ •	• $\left(1,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

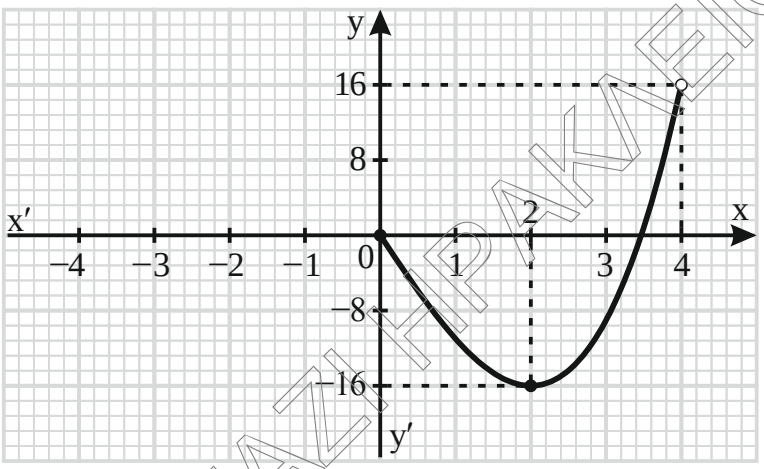
Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$f(x) = x^3 - \kappa x, \text{ με } x \in (-4,4) \text{ και } \kappa \in \mathbb{R}^*,$$

η οποία διέρχεται από το σημείο $A(2,-16)$ και τμήμα της γραφικής της παράστασης φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Β1. Να δείξετε ότι $\kappa = 12$.

(Μονάδες 5)

Β2. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι περιττή στο $(-4,4)$.

(Μονάδες 5)

Β3. Να μεταφέρετε το σχήμα στο γραπτό σας, συμπληρώνοντας τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f.

(Μονάδες 5)

Β4. Να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας της f και να βρείτε τα ακρότατα αυτής, καθώς και τις θέσεις τους.

(Μονάδες 5)

Β5. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$g(x) = f(x) + 16, \quad x \in (-4,4).$$

(Μονάδες 5)

ΚΥΚΛΟΣ ΓΑΣΠΡΑΚΥΠΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει γωνία ω για την οποία ισχύουν συγχρόνως $\eta\mu\omega = 1$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = 1$.

(Μονάδες 4)

Γ2. Θεωρούμε γωνία α rad για την οποία ισχύουν:

- $\eta\mu\alpha = x_0$
- $\sigma\upsilon\nu\alpha = y_0$

όπου (x_0, y_0) μία από τις λύσεις του συστήματος $\begin{cases} 10y^2 = 9x + 1 \\ 9x - 2y = 7 \end{cases}$.

α. Να λύσετε το παραπάνω σύστημα.

(Μονάδες 8)

β. Να αποδείξετε ότι $\eta\mu\alpha = \frac{3}{5}$, $\sigma\upsilon\nu\alpha = -\frac{4}{5}$, $\varepsilon\varphi\alpha = -\frac{3}{4}$ και $\sigma\varphi\alpha = -\frac{4}{3}$.

(Μονάδες 5)

γ. Να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης

$$A = \eta\mu\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\cdot\sigma\upsilon\nu(-\alpha) - \frac{3}{5}\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \eta\mu^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \beta\cdot\eta\mu(\alpha\cdot x)$, με $x \in \mathbb{R}$ και α η τιμή που προκύπτει από τον υπολογισμό της παράστασης

$$\alpha = \eta\mu^2(40^\circ - \omega) + \varepsilon\varphi(25^\circ - \omega)\cdot\varepsilon\varphi(65^\circ + \omega) + \eta\mu^2(\omega + 50^\circ) + 1.$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 3$.

(Μονάδες 7)

Δ2. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $M\left(\frac{71\pi}{9}, -\sqrt{3}\right)$, να αποδείξετε ότι $\beta = 2$.

(Μονάδες 5)

ΚΥΚΛΟΣ ΓΑΖΙ ΗΡΑΚΛΕΙΟΥ

Δ3. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f, καθώς και την περίοδό της. Στη συνέχεια να χαράξετε τη γραφική της παράσταση σε πλάτος μιας περιόδου.

(Μονάδες 5)

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

(Μονάδες 8)

ΤΕΛΟΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΚΥΚΛΟΣ ΓΑΖΙ ΗΡΑΚΛΕΙΟΥ