



ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: Δευτέρα 7 Ιανουαρίου 2019
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Δίνεται ένα διάνυσμα \overline{AB} και ένα σημείο αναφοράς O . Για την διανυσματική ακτίνα \overline{OM} του μέσου M , του τμήματος AB , να αποδείξετε ότι $\overline{OM} = \frac{\overline{OA} + \overline{OB}}{2}$.
(8 Μονάδες)
- A2.** Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$;
(7 Μονάδες)
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- Αν $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι δυο μη μηδενικά διανύσματα τότε $\vec{\alpha} / |\vec{\beta}| \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = -1$.
 - Η απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι ίση με $(AB) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.
 - Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$ είναι ένα διάνυσμα με $x \neq 0$, τότε ο συντελεστής διεύθυνσής του είναι $\lambda = \frac{y}{x}$.
 - Αν $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι δυο μη μηδενικά διανύσματα τότε $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$.

- ν. Η ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$ έχει εξίσωση $x = x_0$.

(10 Μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύει $|\vec{\alpha}| = 1$, $|\vec{\beta}| = 2$ και $\widehat{(\vec{\alpha}, \vec{\beta})} = \frac{\pi}{3}$.

- B1.** Να βρείτε το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.

(5 Μονάδες)

- B2.** Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε $(\vec{\beta} + \lambda\vec{\alpha})(\lambda\vec{\beta} - \vec{\alpha}) = 3$.

(6 Μονάδες)

- B3.** Να βρείτε την γωνία που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ το διάνυσμα $\vec{x} = (\vec{\alpha}(\vec{\alpha} + \vec{\beta}), \vec{\beta}(2\vec{\alpha} - \vec{\beta}))$.

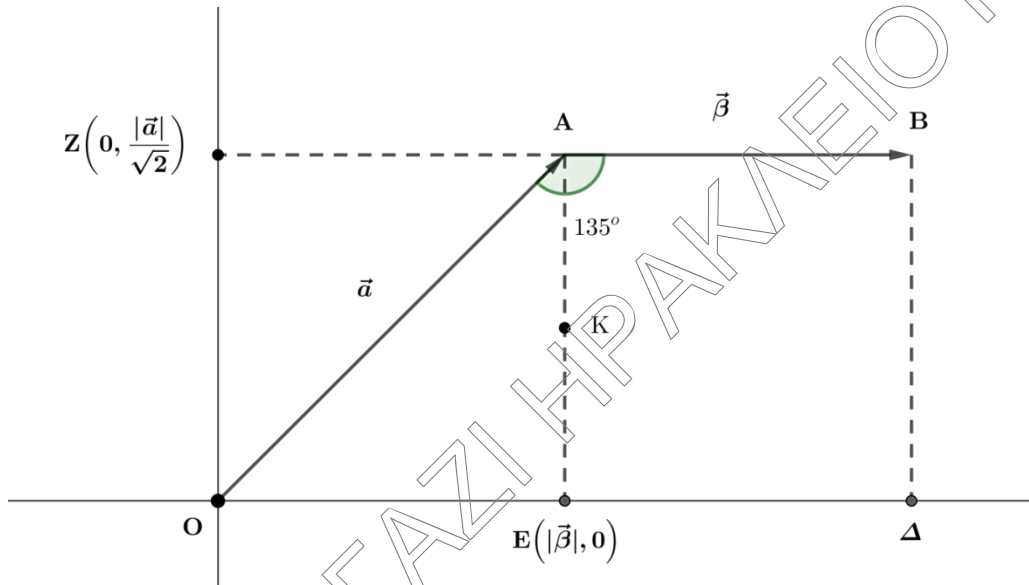
(7 Μονάδες)

- B4.** Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{u} = |\vec{\alpha} - \vec{\beta}|\vec{\beta} + |2\vec{\alpha} + \vec{\beta}|\vec{\alpha}$ και $\vec{v} = |\vec{\alpha} - \vec{\beta}|\vec{\beta} - |2\vec{\alpha} + \vec{\beta}|\vec{\alpha}$ είναι κάθετα μεταξύ τους.

(7 Μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ορθοκανονικού συστήματος, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, για τα οποία ισχύει $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 4$, Κ είναι το μέσο του ΑΕ και το ΟΑΒΔ είναι τραπέζιο με $\hat{B} = \hat{\Delta} = 90^\circ$.



Γ1. Να δείξετε ότι $|\vec{\beta}| = 2$ και $\vec{\alpha} = (2, 2)$.

(8 Μονάδες)

Γ2 Να δείξετε ότι σημείο Κ έχει συντεταγμένες (2,1) και στην συνέχεια να αποδείξετε ότι τα σημεία Ο, Κ και Β είναι συνευθειακά.

(7 Μονάδες)

Γ3 Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ_1) που διέρχεται από το σημείο Κ και είναι κάθετη στην ευθεία ΟΑ.

(6 Μονάδες)

Γ4. Να βρείτε το συμμετρικό του Κ ως προς την ευθεία ΟΑ.

(4 Μονάδες)

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2019
Α΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ2Θ(ε)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και η ευθεία $(\varepsilon): \frac{x}{|\vec{\alpha}|} - \frac{y}{|\vec{\beta}|} = 1$ η οποία σχηματίζει με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ ισοσκελές τρίγωνο AOB .

Δ1. Να βρείτε τα σημεία τομής A , B της ευθείας (ε) με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα και να αποδείξετε ότι $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$.

(8 Μονάδες)

Δ2. Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου BM του τριγώνου AOB .

(5 Μονάδες)

Δ3. Να αποδείξετε ότι κάθε σημείο της ευθείας $y = -x$ ισαπέχει από τα σημεία A και B

(5 Μονάδες)

Δ4. Αν η ευθεία $(\eta): (\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})x - |\vec{\alpha}|^2 y + 2019|\vec{\alpha}|^2 = 0$ είναι κάθετη στην (ε) τότε να δείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα.

(7 Μονάδες)