

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2020
Α΄ ΦΑΣΗ

E_3.Μλ1Α(ε)

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Τρίτη 7 Ιανουαρίου 2020

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ ΑΑ1. Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό α και β ισχύει ότι

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$$

Πότε ισχύει η ισότητα;

Μονάδες 7

Α2. Στη στήλη Α δίνεται μία ανισότητα που ικανοποιεί ένας πραγματικός αριθμός x και στην στήλη Β ένα διάστημα στο οποίο ανήκει ο x . Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα της στήλης Α στον σωστό αριθμό της στήλης Β.

	ΣΤΗΛΗ Α ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ		ΣΤΗΛΗ Β ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ
α.	$\alpha \leq x \leq \beta$	1.	$(-\infty, \alpha)$
β.	$\alpha < x < \beta$	2.	$(\alpha, \beta]$
γ.	$\alpha < x \leq \beta$	3.	$[\alpha, \beta]$
δ.	$\alpha \leq x < \beta$	4.	$(\alpha, +\infty)$
ε.	$x \geq \alpha$	5.	$[\alpha, \beta)$
στ.	$x > \alpha$	6.	$(-\infty, \alpha]$
ζ.	$x \leq \alpha$	7.	$[\alpha, +\infty)$
η.	$x < \alpha$	8.	(α, β)

Μονάδες 8

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ισχύει $\sqrt{a^2} = a$

β. Αν $\alpha < \beta < 0$ τότε ισχύει $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$

γ. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $|x^2 + 2| = x^2 + 2$

δ. Αν $\alpha \neq 0$ η εξίσωση $\alpha x = 0$ είναι αδύνατη στο \mathbb{R}

ε. Για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 - xy + y^2)$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt{4 - 4x + x^2} + \sqrt{y^2 - 8y + 16}$ με $x, y \in \mathbb{R}$

B1. Να δείξετε ότι $A = |2 - x| + |y - 4|$

Μονάδες 7

B2. Αν ισχύουν ότι: $-1 < x < 1$ και $-2 < y < 4$ τότε να αποδείξετε ότι:

i) $A = -x - y + 6$

Μονάδες 9

ii) $1 < A < 9$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι παραστάσεις:

- $\alpha = \sqrt{2} \cdot \sqrt{4 + \sqrt{14}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{14}}$
- $\beta = \sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{2^7} \cdot \sqrt[3]{2}$
- $\gamma = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta - \sqrt{\alpha}}} + \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\beta + \sqrt{\alpha}}}$

Γ1. Να υπολογίσετε τις τιμές των α και β

Μονάδες (5+5)=10

Αν $\alpha = 2$ και $\beta = 4$

Γ2. Να αποδείξετε ότι $\gamma = 3$

Μονάδες 7

Γ3. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί x και y ώστε να ισχύει η παρακάτω ισότητα

$$x^2 + y^2 + \beta + 6 = (\gamma + 3)x - \alpha y$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2(\lambda x - 1) = 8x - 2\lambda$ με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$

Δ1. Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση γράφεται ισοδύναμα:

$$(\lambda^3 - 8)x = \lambda(\lambda - 2) \quad (1)$$

Μονάδες 5

Δ2. Για ποια τιμή του λ η παραπάνω εξίσωση είναι ταυτότητα στο σύνολο των πραγματικών αριθμών;

Μονάδες 6

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2020**
Α΄ ΦΑΣΗ**E_3.Μλ1Α(ε)**

Δ3. Για $\lambda = 2$ να λύσετε την εξίσωση $|x - 2\lambda| = x - \lambda$

Μονάδες 7

Δ4. Έστω $\lambda > 2$ και x μία λύση που προκύπτει από την εξίσωση (1) για $\lambda > 2$

i) Να δείξετε ότι: $\lambda^3 - 8 > 0$ και $\lambda(\lambda - 2) > 0$

Μονάδες 4

ii) Δίνεται ότι $|x + \alpha| = |x| + |\alpha|$ να δείξετε ότι $\alpha \geq 0$

Μονάδες 3

ΚΥΚΛΟΣ ΓΙΑ ΗΡΑΚΛΕΙΟΥ